



Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen:

Aufgabe 14: a) $f(x) = |-x^2 + 4|$, b) $f(x) = |x^2 - 1|$

Aufgabe 15: $f(x) = |\sin x|$, $g(x) = |2 \sin x|$

Aufgabe 16: $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x-3}$, $h(x) = \frac{1}{x+2}$

Aufgabe 17: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x^4}$, $h(x) = \frac{1}{x^6}$

Aufgabe 18: a) $f(x) = 2^{|x|}$, b) $g(x) = 2^{-|x|}$

Aufgabe 19: $f(x) = 3^{-|x|}$, $g(x) = 3^{-|x|} + 2$



Aufgabe 20: $g(x) = \sqrt{x} - 1, \quad h(x) = \sqrt{x} + 2$

Aufgabe 21: $g(x) = -\sqrt{x}, \quad h(x) = \sqrt{-x}$

Aufgabe 21: $f(x) = \sqrt{x^2 - 3}$

Aufgabe 22: $f(x) = \sqrt{x^2 - 3}$

Aufgabe 23: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 14a

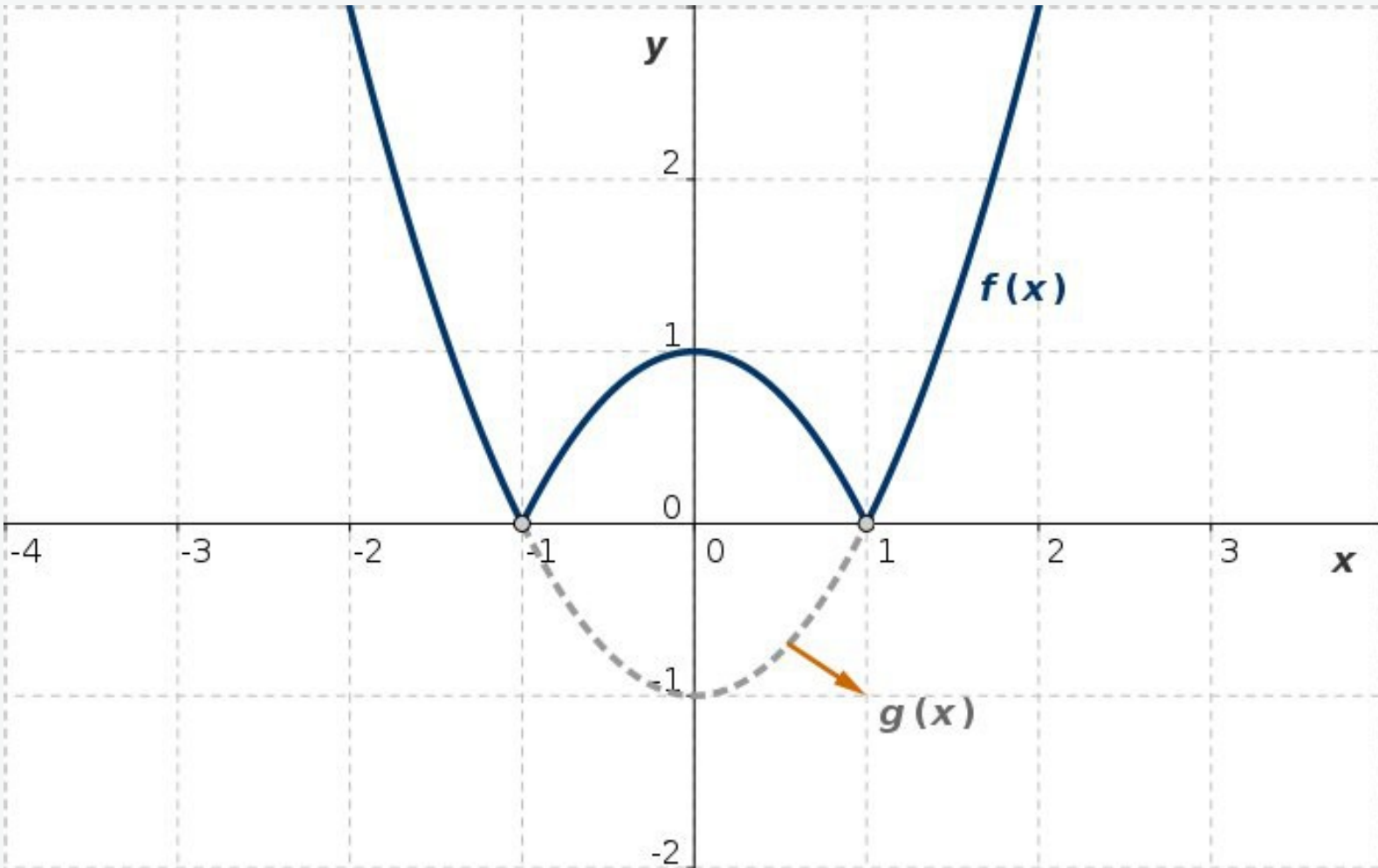


Abb. L14a: Betragsfunktion $y = f(x)$ und quadratische Funktion $y = g(x)$

$$f(x) = |x^2 - 1|, \quad D(f) = \mathbb{R}, \quad W(f) = [0, \infty)$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 14b

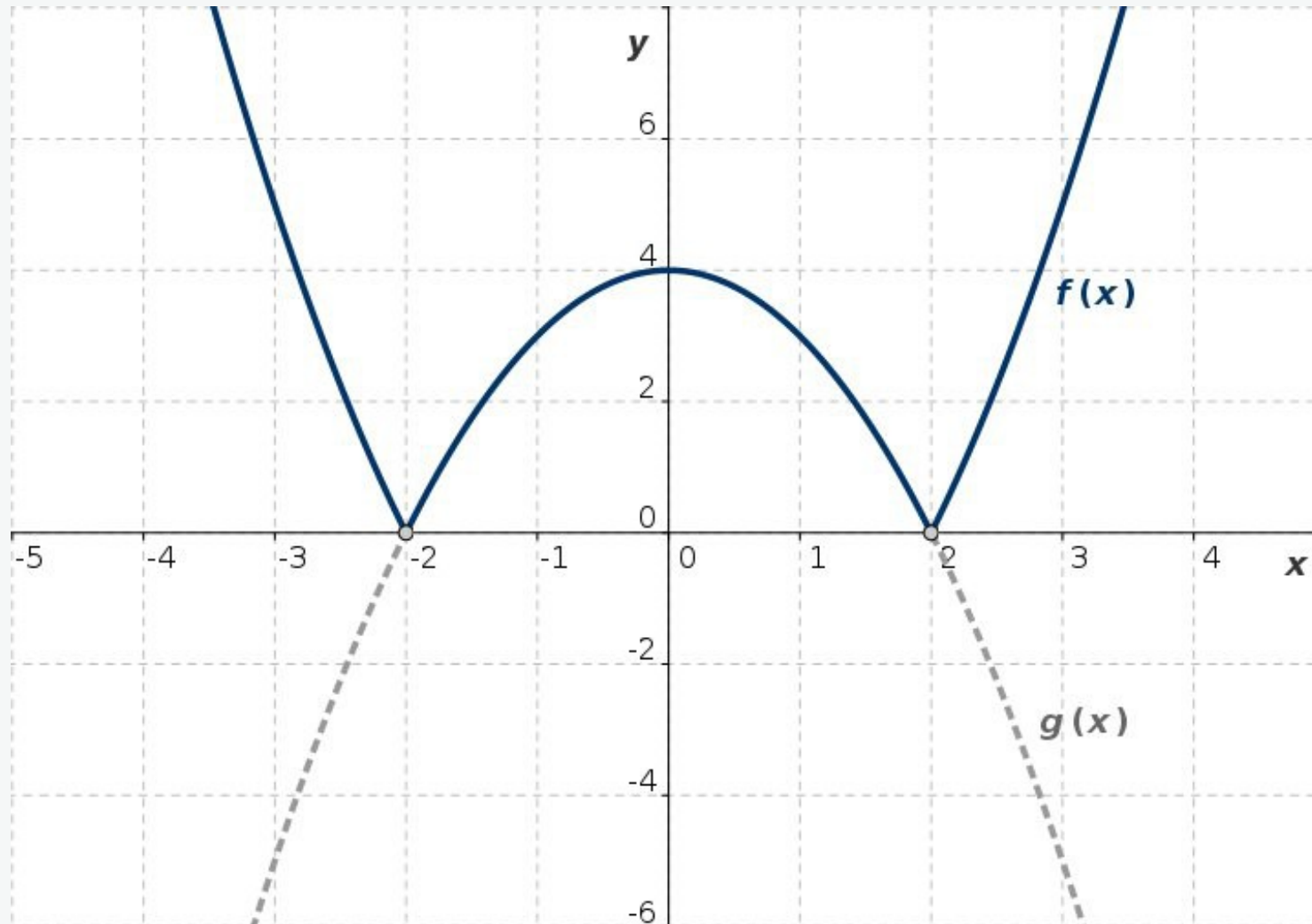


Abb. L14b: Betragsfunktion $y = f(x)$ und quadratische Funktion $y = g(x)$

$$f(x) = |-x^2 + 4|, \quad D(f) = \mathbb{R}, \quad W(f) = [0, \infty)$$

$$g(x) = -x^2 + 4$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 15

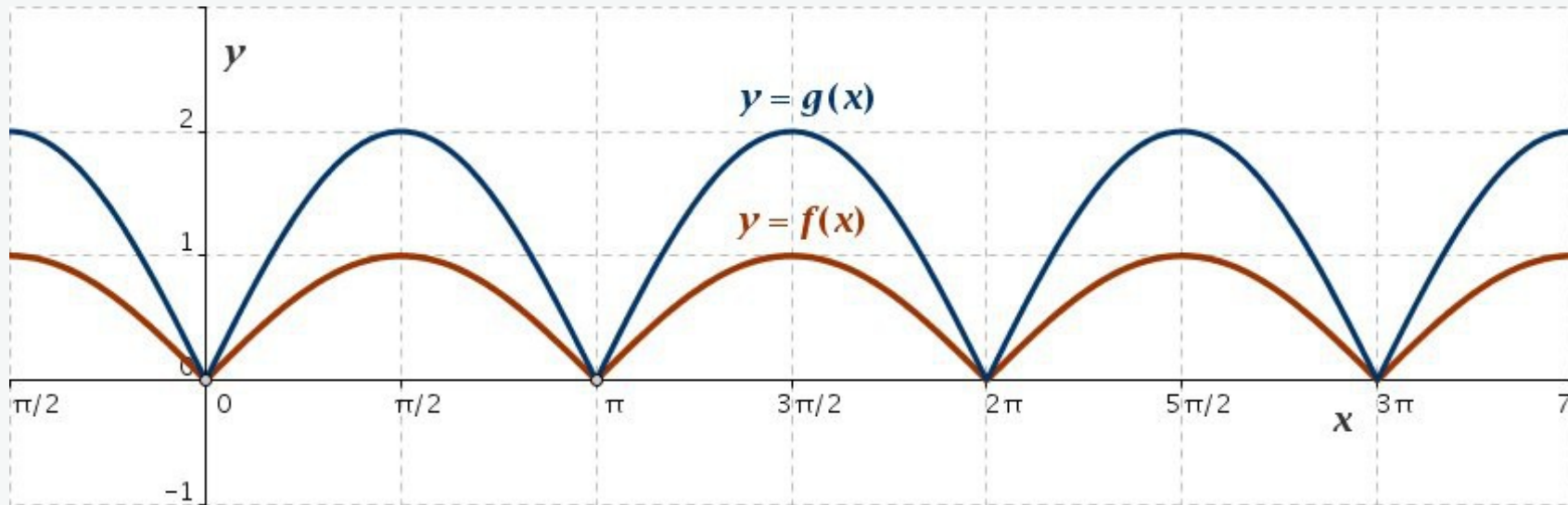


Abb. L15: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = |\sin x|, \quad D(f) = \mathbb{R}, \quad W(f) = [0, 1]$$

$$g(x) = |2 \sin x|, \quad D(g) = \mathbb{R}, \quad W(g) = [0, 2]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 16

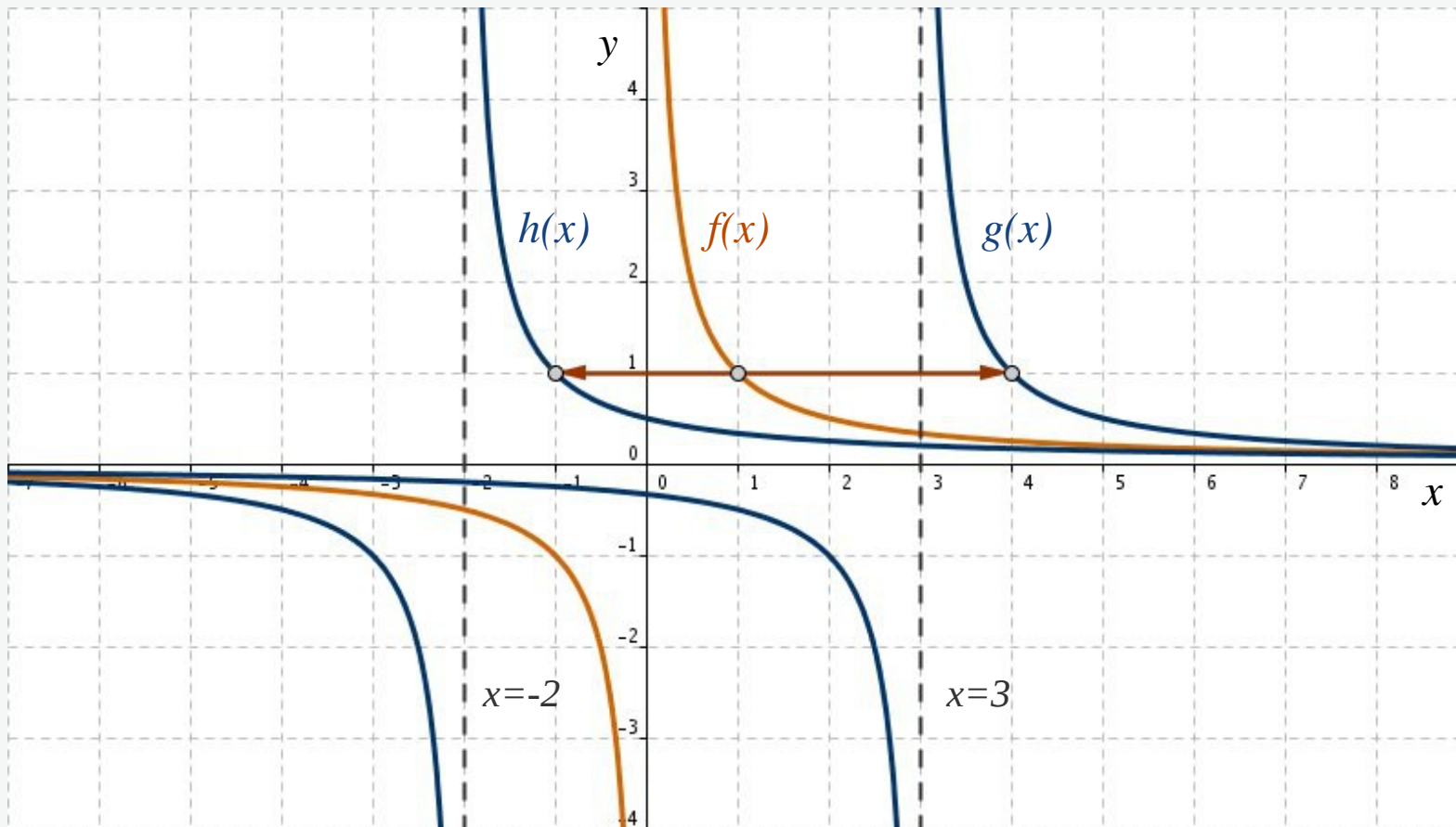


Abb. L16: Gebrochen rationale Funktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad g(x) = \frac{1}{x-3}, \quad D(g) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$h(x) = \frac{1}{x+2}, \quad D(h) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}, \quad W(f) = W(g) = W(h) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 17

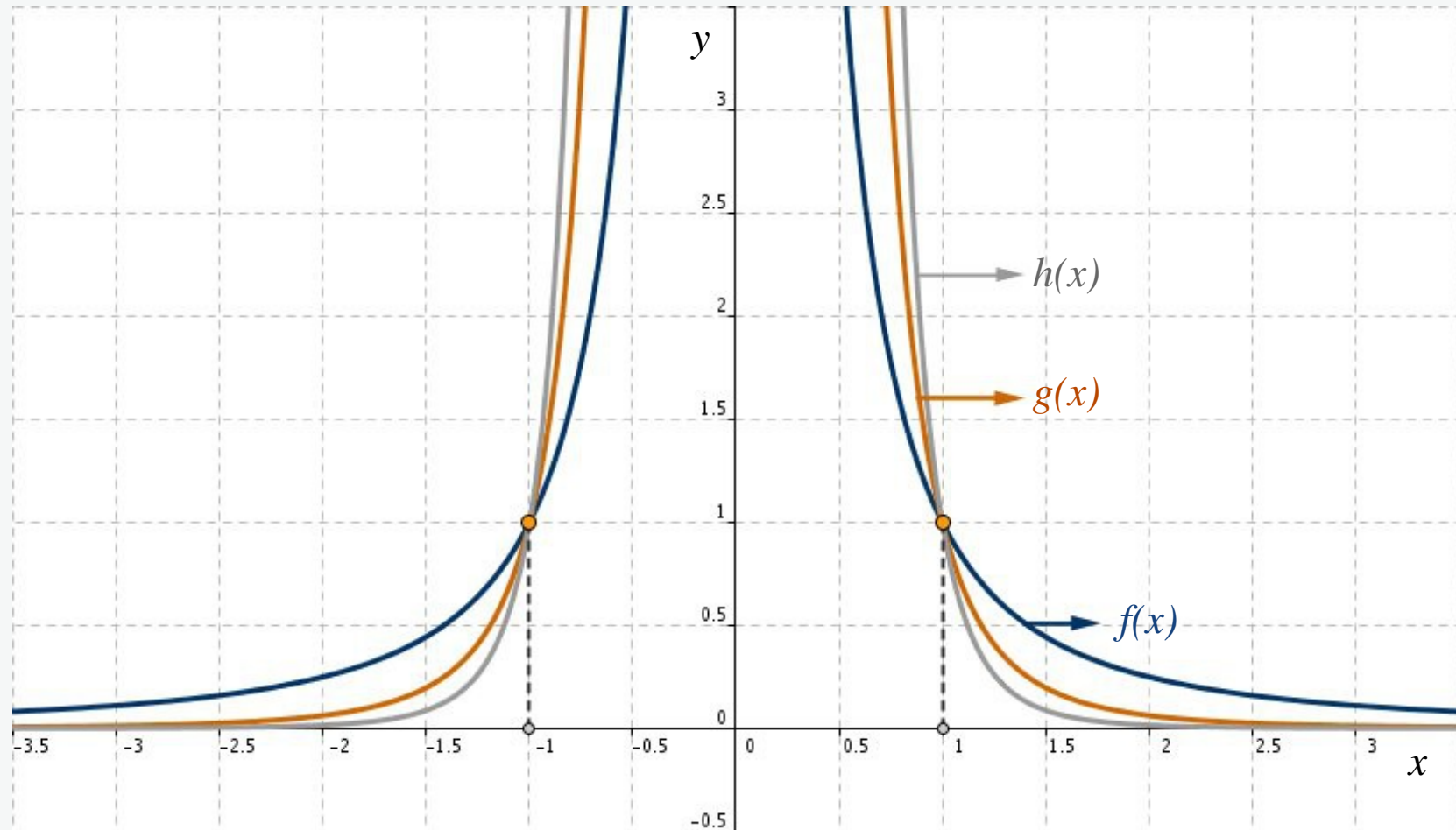


Abb. L17: Gebrochen rationale Funktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad g(x) = \frac{1}{x^4}, \quad h(x) = \frac{1}{x^6}, \quad D(f) = D(g) = D(h) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$W(f) = W(g) = W(h) = (0, \infty)$$

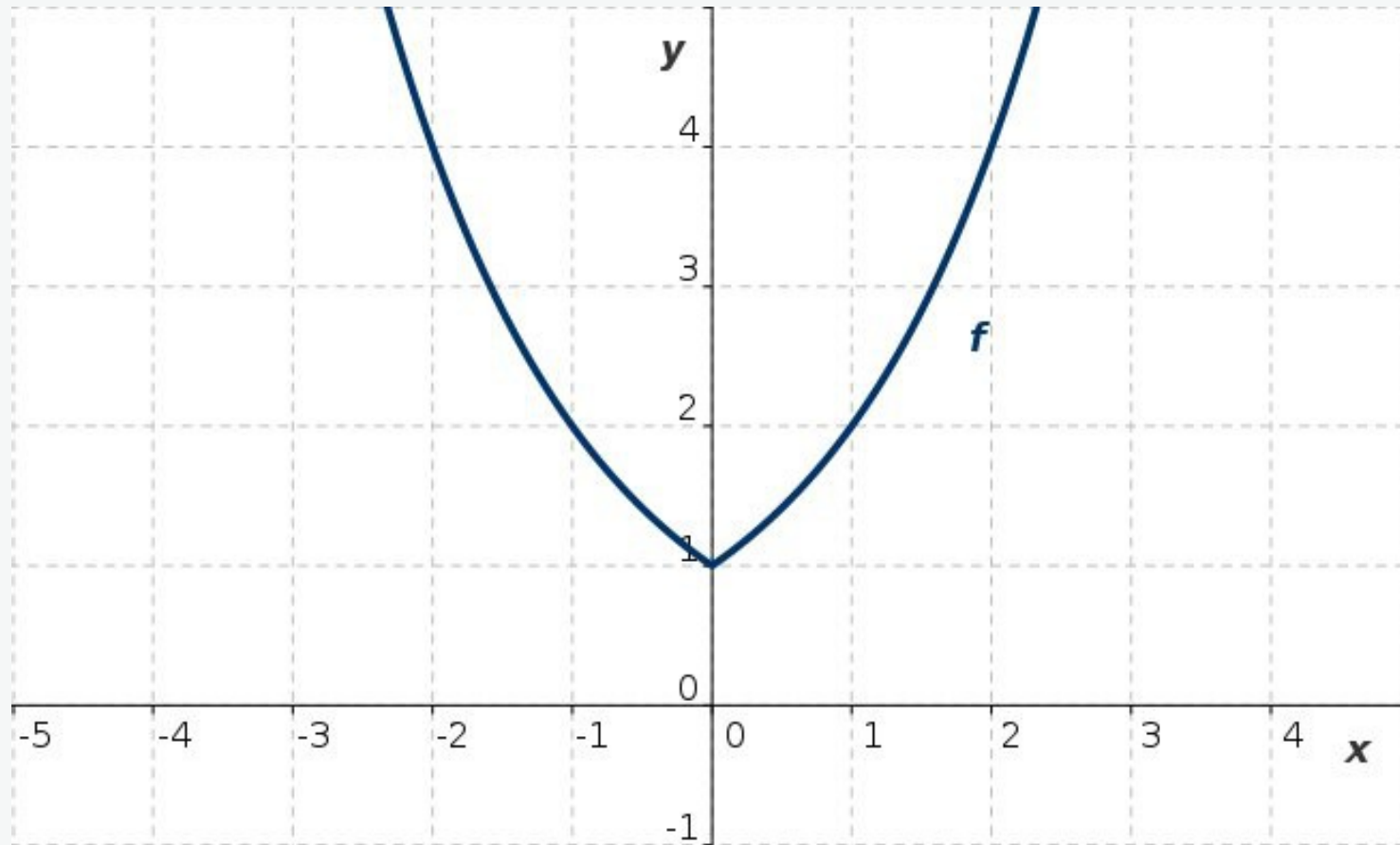


Abb. L18a: Exponentialfunktion $y = f(x)$

$$f(x) = 2^{|x|}$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 18b

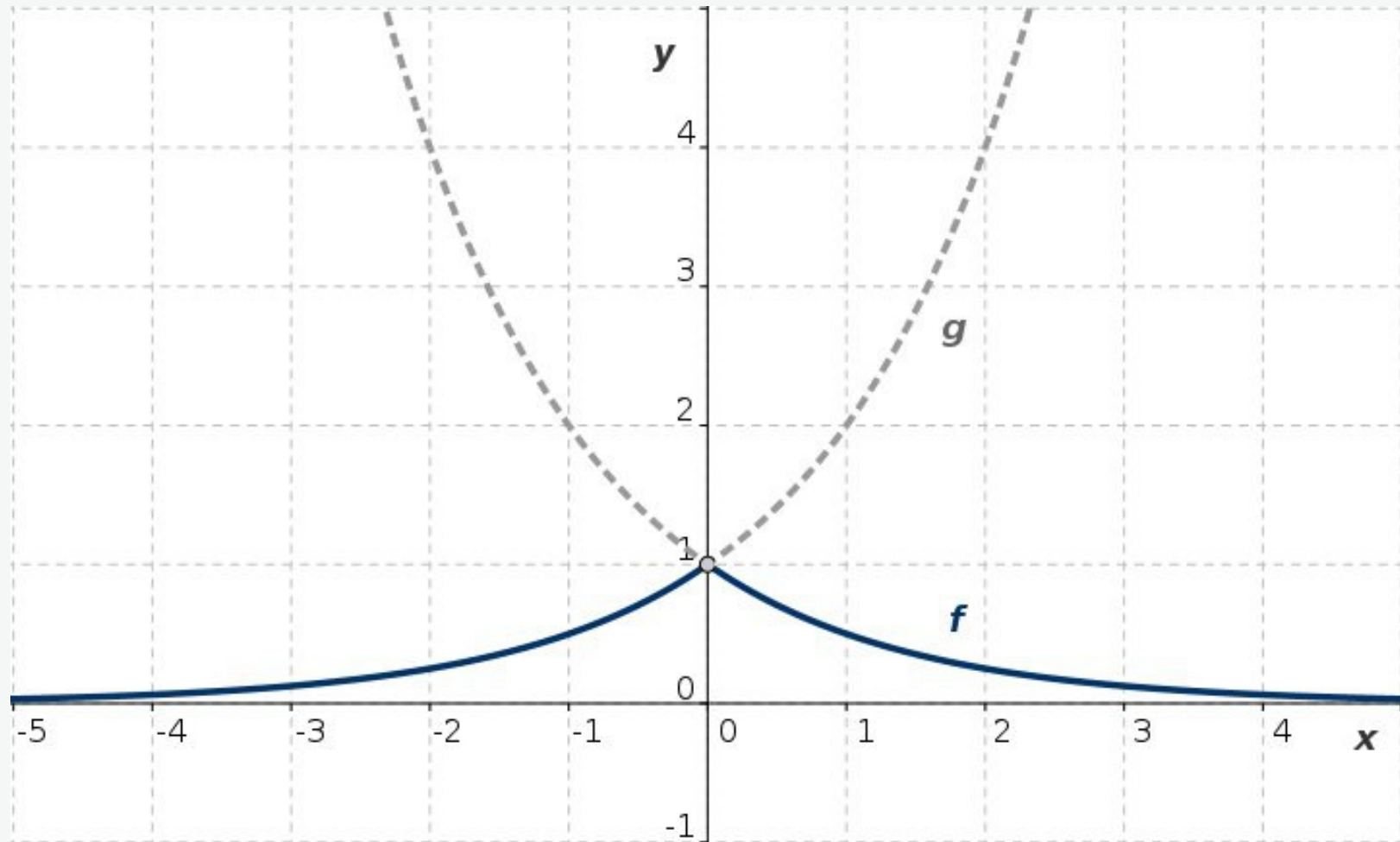


Abb. L18b: Exponentialfunktion $y = f(x)$

$$f(x) = 2^{-|x|}, \quad g(x) = 2^{|x|}$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 19

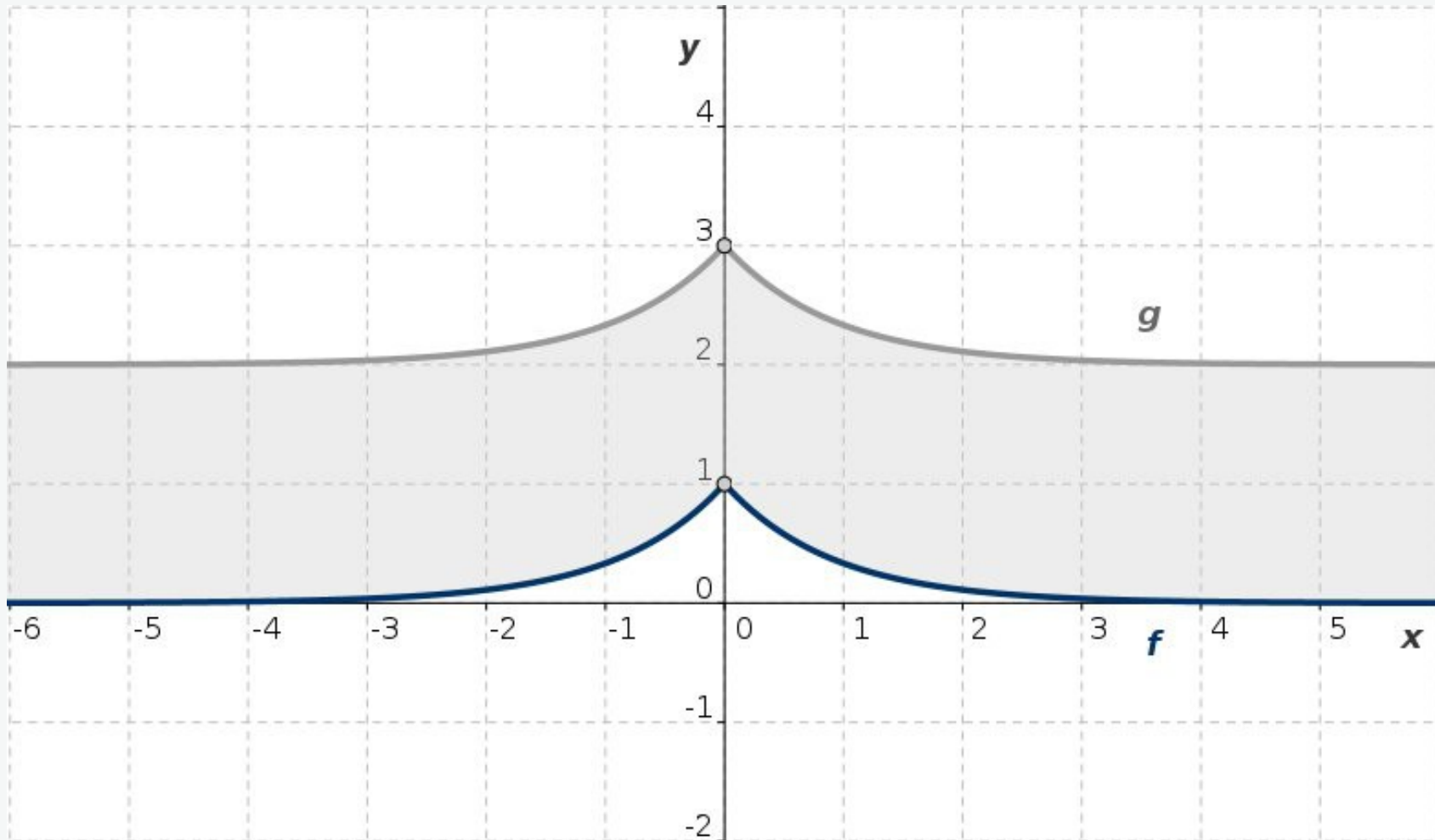


Abb. L19: Exponentialfunktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = 3^{-|x|}, \quad g(x) = 3^{-|x|} + 2$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 20

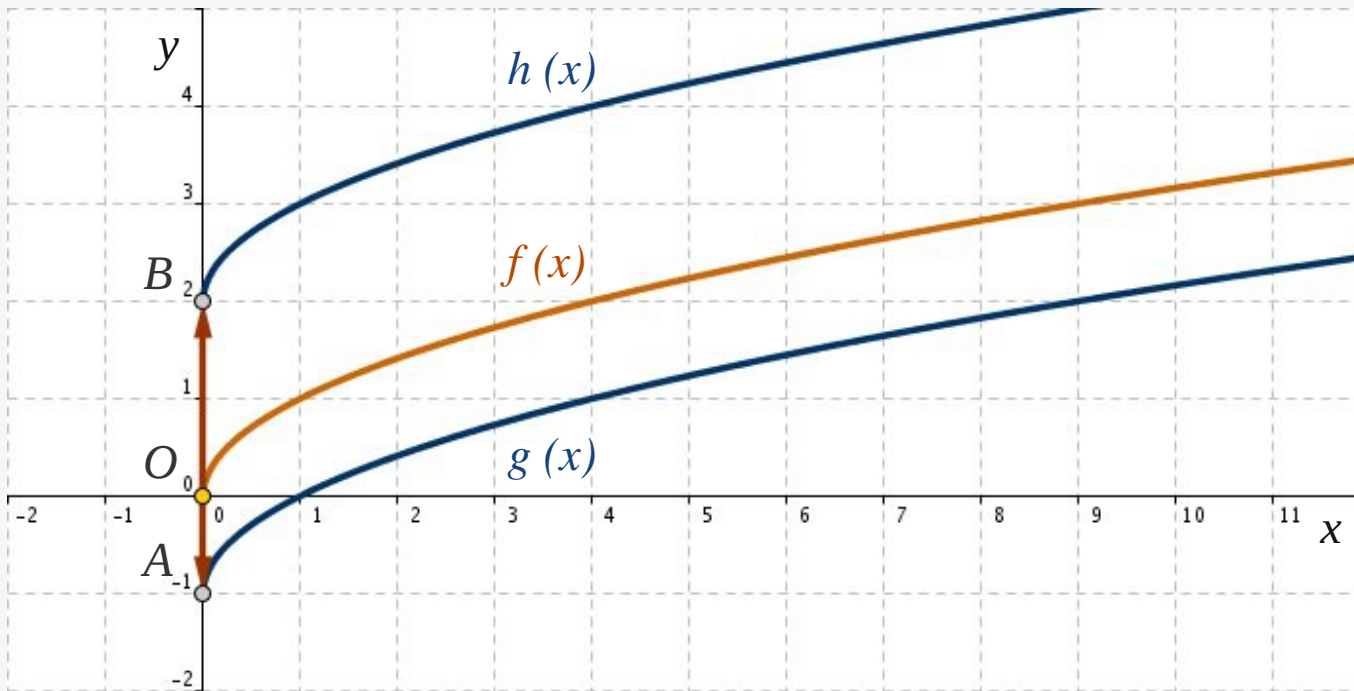


Abb. L20: Wurzelfunktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \sqrt{x} - 1, \quad h(x) = \sqrt{x} + 2$$

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\vec{OA}} g(x) = \sqrt{x} - 1, \quad f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\vec{OB}} h(x) = \sqrt{x} + 2$$

$$D(f) = D(g) = D(h) = [0, \infty)$$

$$W(f) = [0, \infty), \quad W(g) = [-1, \infty), \quad W(h) = [2, \infty)$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 21

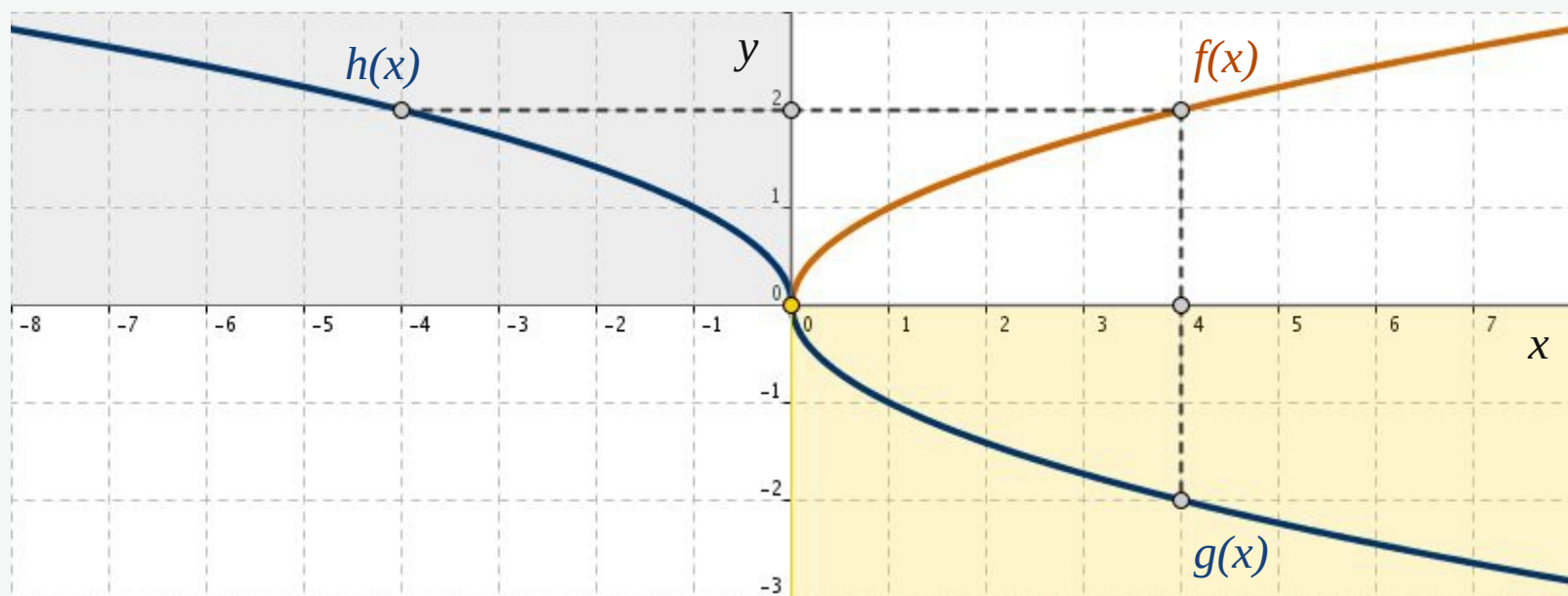


Abb. L21: Wurzelfunktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = -\sqrt{x}, \quad h(x) = \sqrt{-x}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{x\text{-Achse}} g(x) = -\sqrt{x}, \quad f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{y\text{-Achse}} h(x) = \sqrt{-x}$$

$$D(f) = D(g) = [0, \infty), \quad D(h) = (-\infty, 0]$$

$$W(f) = W(h) = [0, \infty), \quad W(g) = (-\infty, 0]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 22

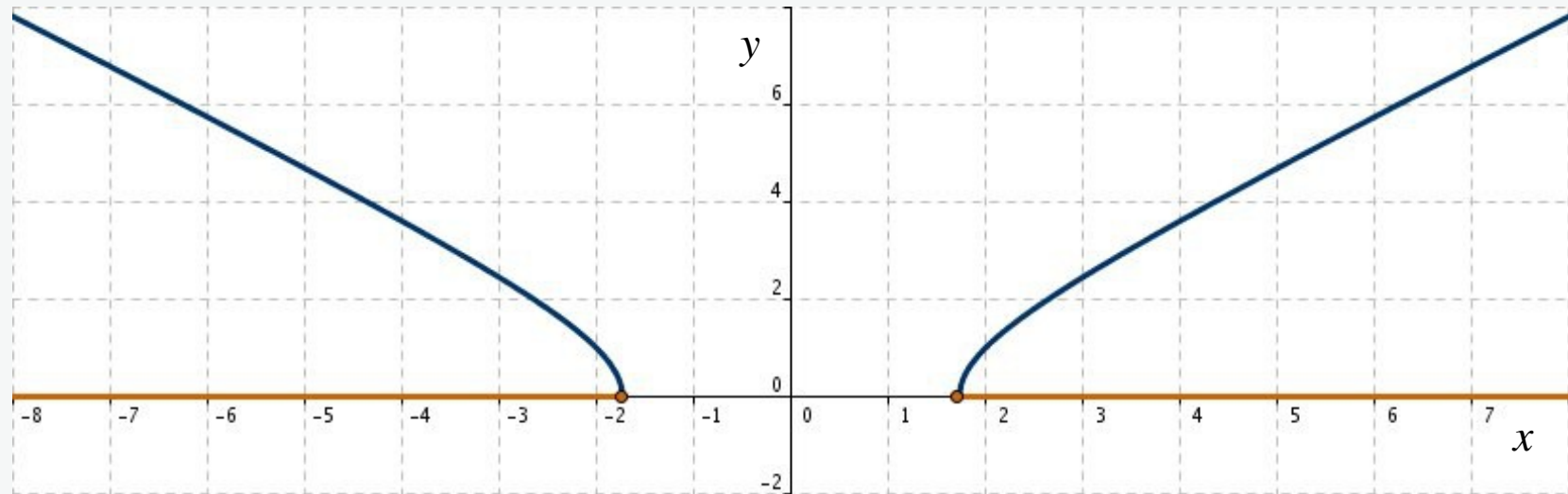


Abb. L22: Wurzelfunktion $y = f(x)$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3}, \quad D: x^2 - 3 \geq 0$$

$$x^2 - 3 \geq 0: \quad x^2 \geq 3 \Leftrightarrow |x| \geq \sqrt{3}$$

$$D(f) = (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, \infty), \quad W(f) = [0, \infty)$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 23

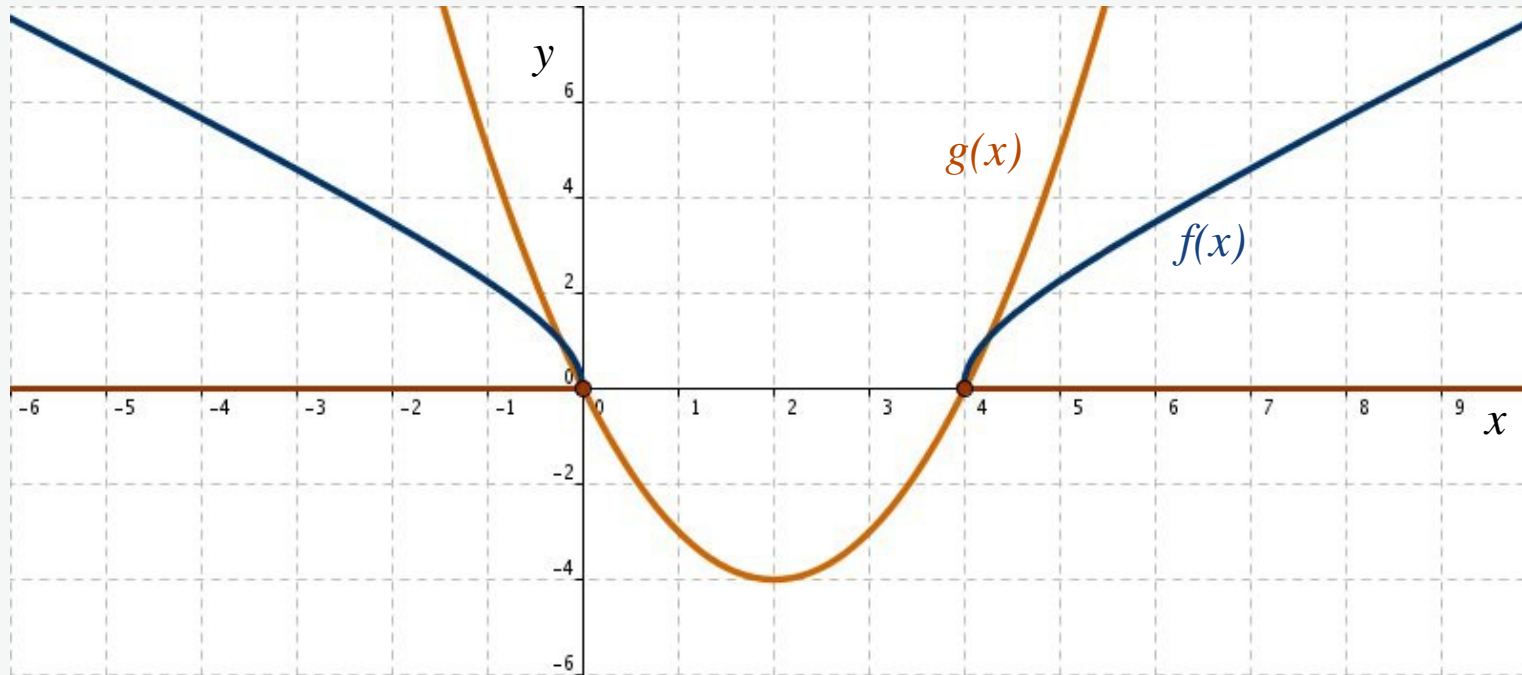


Abb. L23: Funktionen $f(x) = (x^2 - 4x)^{1/2}$ und $g(x) = x^2 - 4x$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}, \quad D(f) : x(x - 4) \geq 0$$

$$g(x) = x(x - 4)$$

$$D(f) = (-\infty, 0] \cup [4, \infty), \quad W(f) = [0, \infty)$$



Bestimmen Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen:

$$a) \quad f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 9}, \quad g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}$$

$$b) \quad f(x) = -5(x^2 - 1) - \frac{3x}{12 - x}$$

$$c) \quad f(x) = \sqrt{x - 2} - \frac{7}{\sqrt{4 - x}}$$

$$d) \quad f(x) = x\sqrt{-(x - b)^2}$$

$$e) \quad f(x) = 2^{\sqrt{2x}} + 3^{\sqrt{-3x}}$$

$$a) \quad f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 9}, \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}, \quad D(g) = \mathbb{R}$$

$$b) \quad f(x) = -5(x^2 - 1) - \frac{3x}{12 - x}, \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{12\}$$

$$c) \quad f(x) = \sqrt{x - 2} - \frac{7}{\sqrt{4 - x}}, \quad D(f) = [2, 4)$$

$$d) \quad f(x) = x\sqrt{-(x - b)^2}, \quad D(f) = \{b\}$$

$$e) \quad f(x) = 2^{\sqrt{2x}} + 3^{\sqrt{-3x}}, \quad D(f) = \{0\}$$