



Verkettung von Funktionen: Aufgaben 5-9



Bilden Sie aus den Funktionen f und g die Verkettungen $f(g(x))$ und $g(f(x))$, bestimmen Sie entsprechende Definitions- und Wertebereiche und zeichnen Sie die Verkettungen

Aufgabe 5: $f(x) = \sqrt{-x}$, $g(x) = x^2$

Aufgabe 6: $f(x) = -\sqrt{x}$, $g(x) = e^x$

Aufgabe 7: $f(x) = e^x$, $g(x) = \cos x$

Aufgabe 8: $f(x) = e^{-x^2}$, $g(x) = \sin x$

Aufgabe 9: $f(x) = e^x$, $g(x) = |x|$

Verkettung von Funktionen: Lösung 5

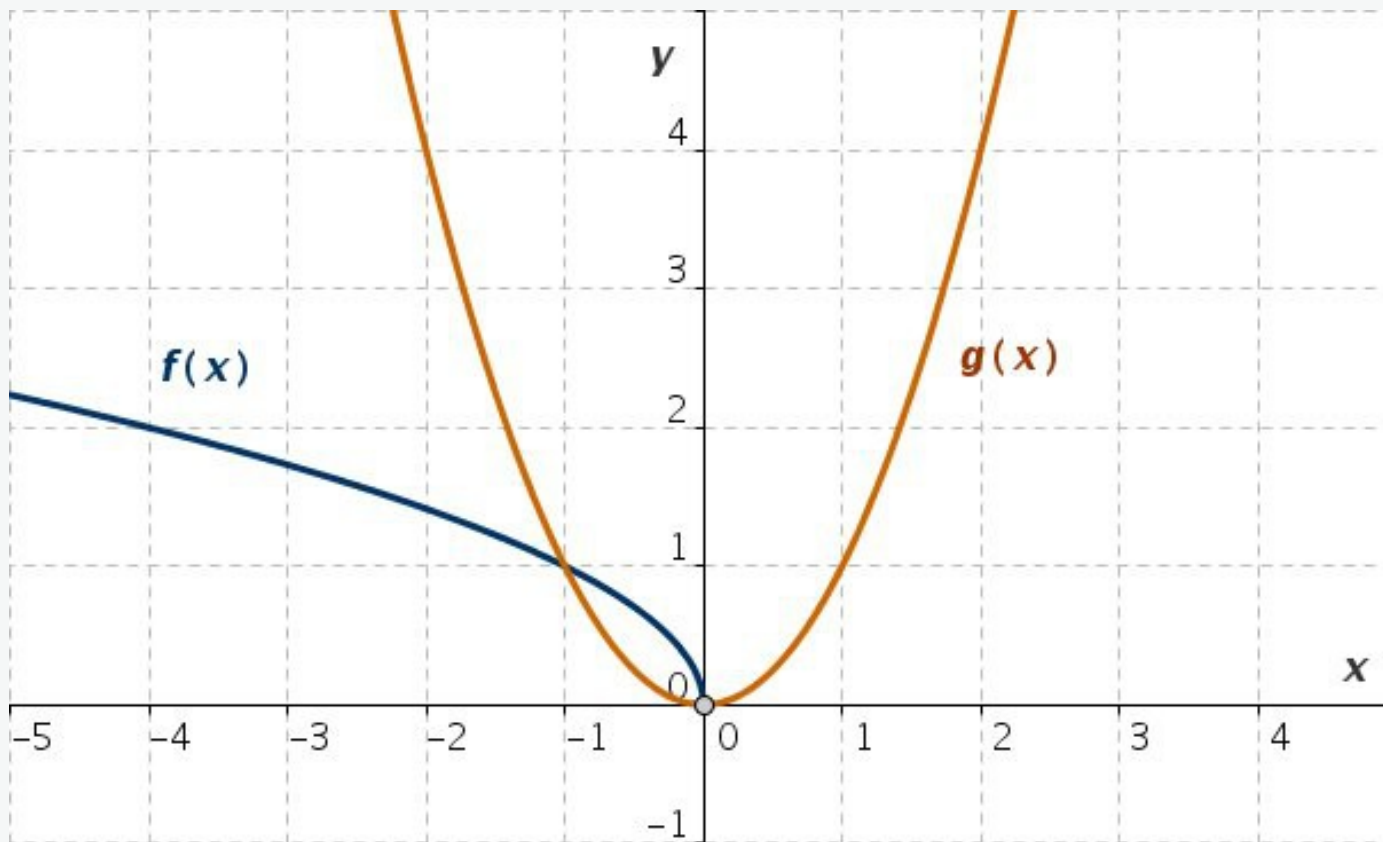


Abb. L5-1: Die Funktionen $f(x)$ und $g(x)$

$$f(x) = \sqrt{-x}, \quad D(f) = (-\infty, 0], \quad W(f) = \mathbb{R}^+$$

$$g(x) = x^2, \quad D(g) = \mathbb{R}, \quad W(g) = [0, \infty)$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 5

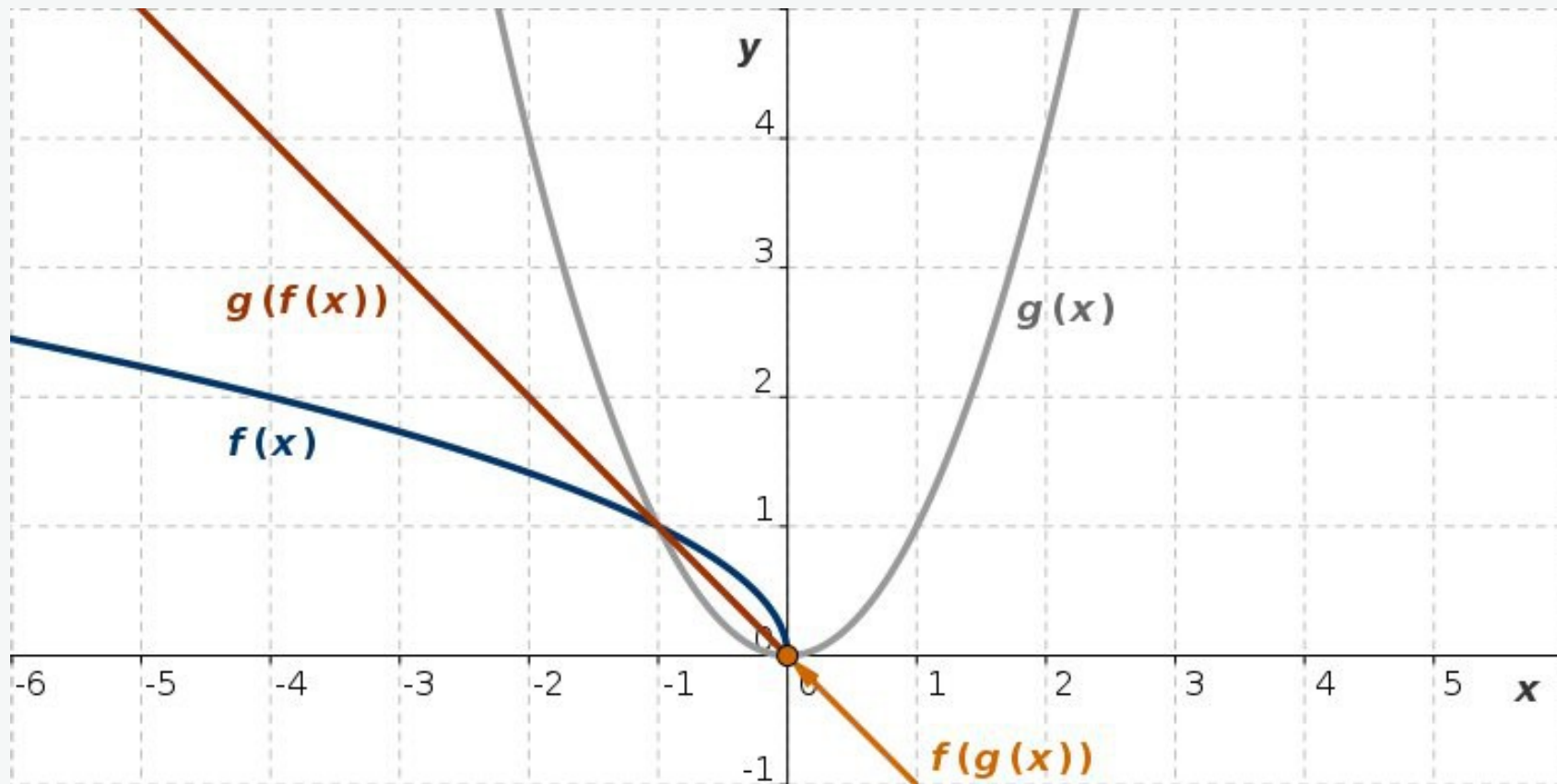


Abb. L5-2: Die verketteten Funktionen $f(g(x))$ und $g(f(x))$

$$f(g(x)) = \sqrt{-g(x)} = \sqrt{-x^2}, \quad D = W = 0$$

$$g(f(x)) = (f(x))^2 = (\sqrt{-x})^2 = -x, \quad D = (-\infty, 0], \quad W = [0, \infty)$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 6

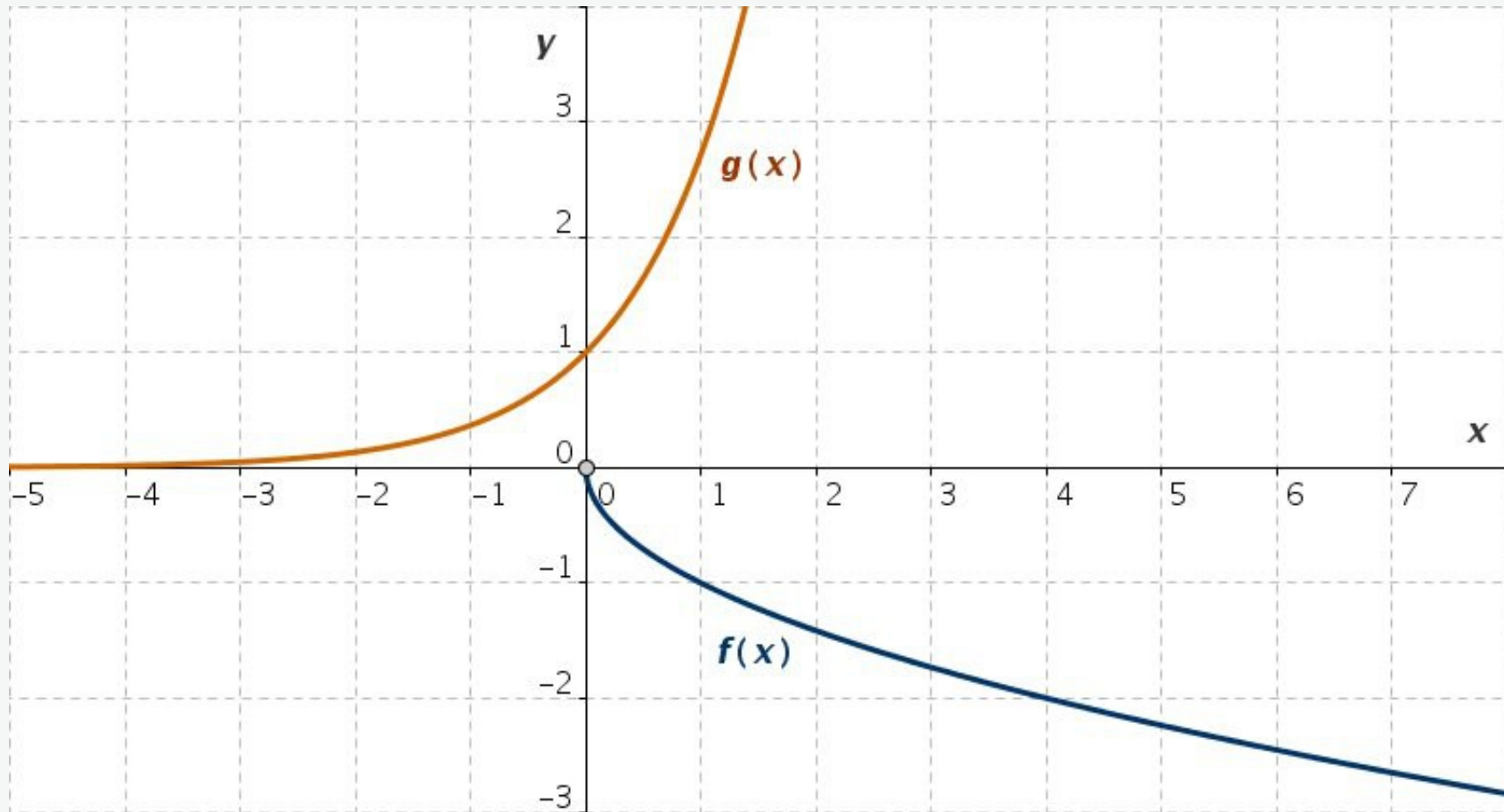


Abb. L6-1: Die Funktionen $f(x)$ und $g(x)$

$$f(x) = -\sqrt{x}, \quad D(f) = [0, \infty), \quad W(f) = (-\infty, 0]$$

$$g(x) = e^x, \quad D(g) = \mathbb{R}, \quad W(g) = (0, \infty)$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 6

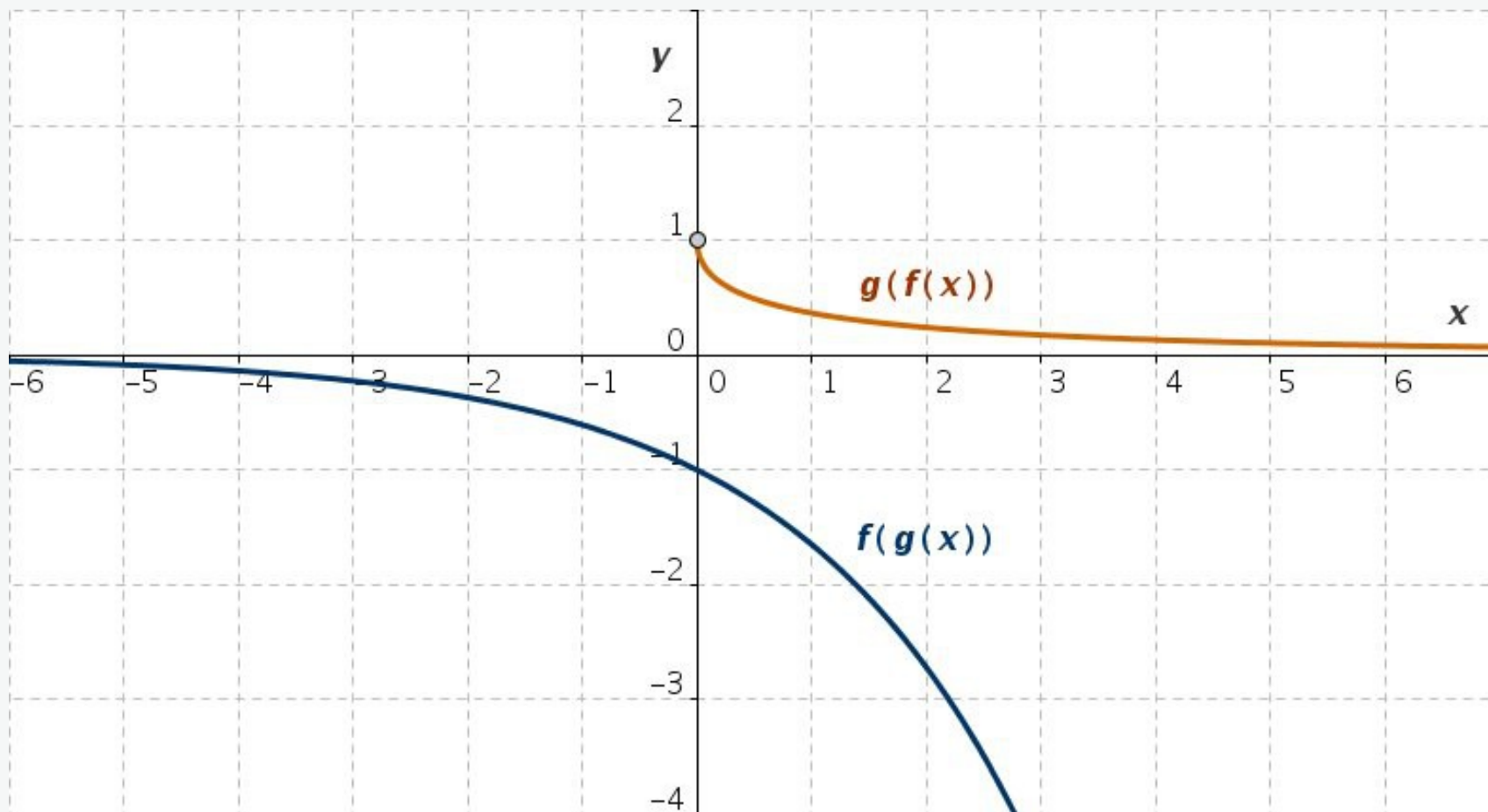


Abb. L6-2: Die verketteten Funktionen $f(g(x))$ und $g(f(x))$

$$f(g(x)) = -\sqrt{g(x)} = -\sqrt{e^x} = -e^{\frac{x}{2}}, \quad D = \mathbb{R}, \quad W = (-\infty, 0)$$

$$g(f(x)) = e^{f(x)} = e^{-\sqrt{x}}, \quad D = \mathbb{R}^+, \quad W = (0, 1]$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 7

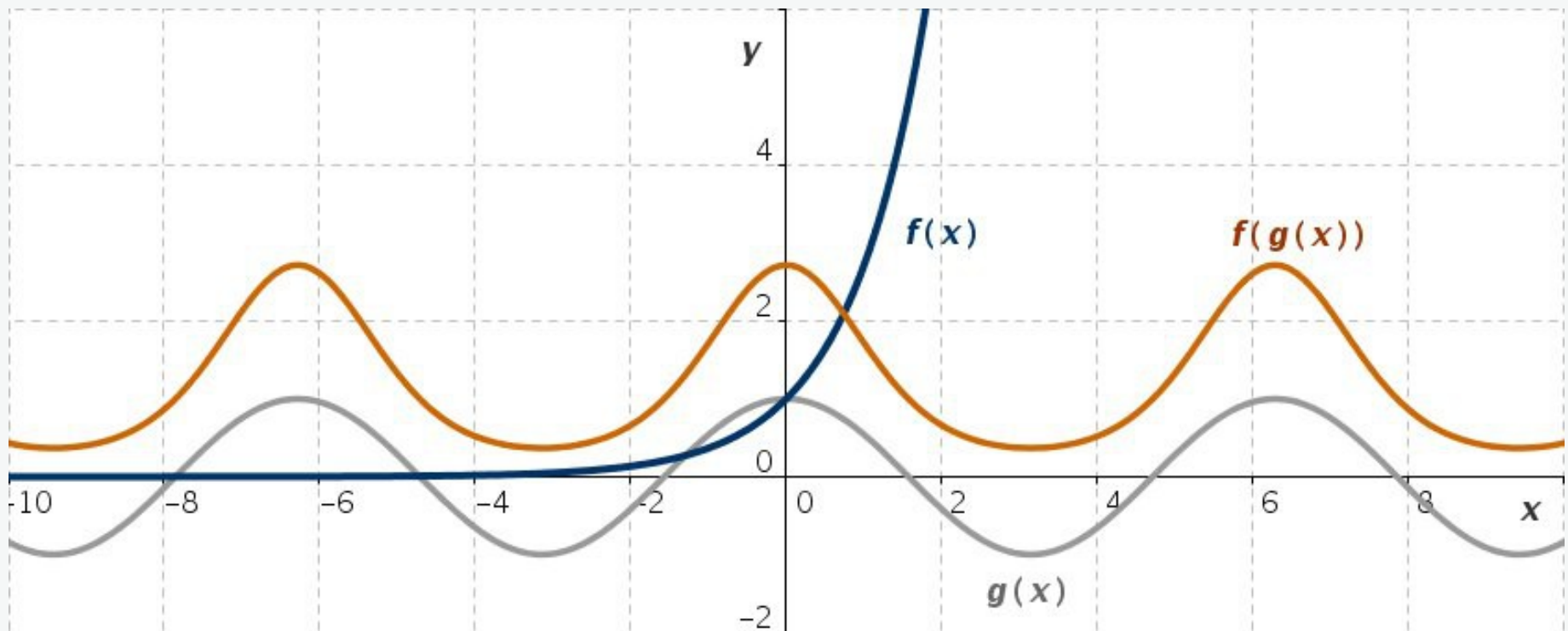


Abb. L7-1: Die Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und $f(g(x))$

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \cos x$$

$$f(g(x)) = e^{g(x)} = e^{\cos x}, \quad D = \mathbb{R}, \quad W = \left[\frac{1}{e}, e \right]$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 7

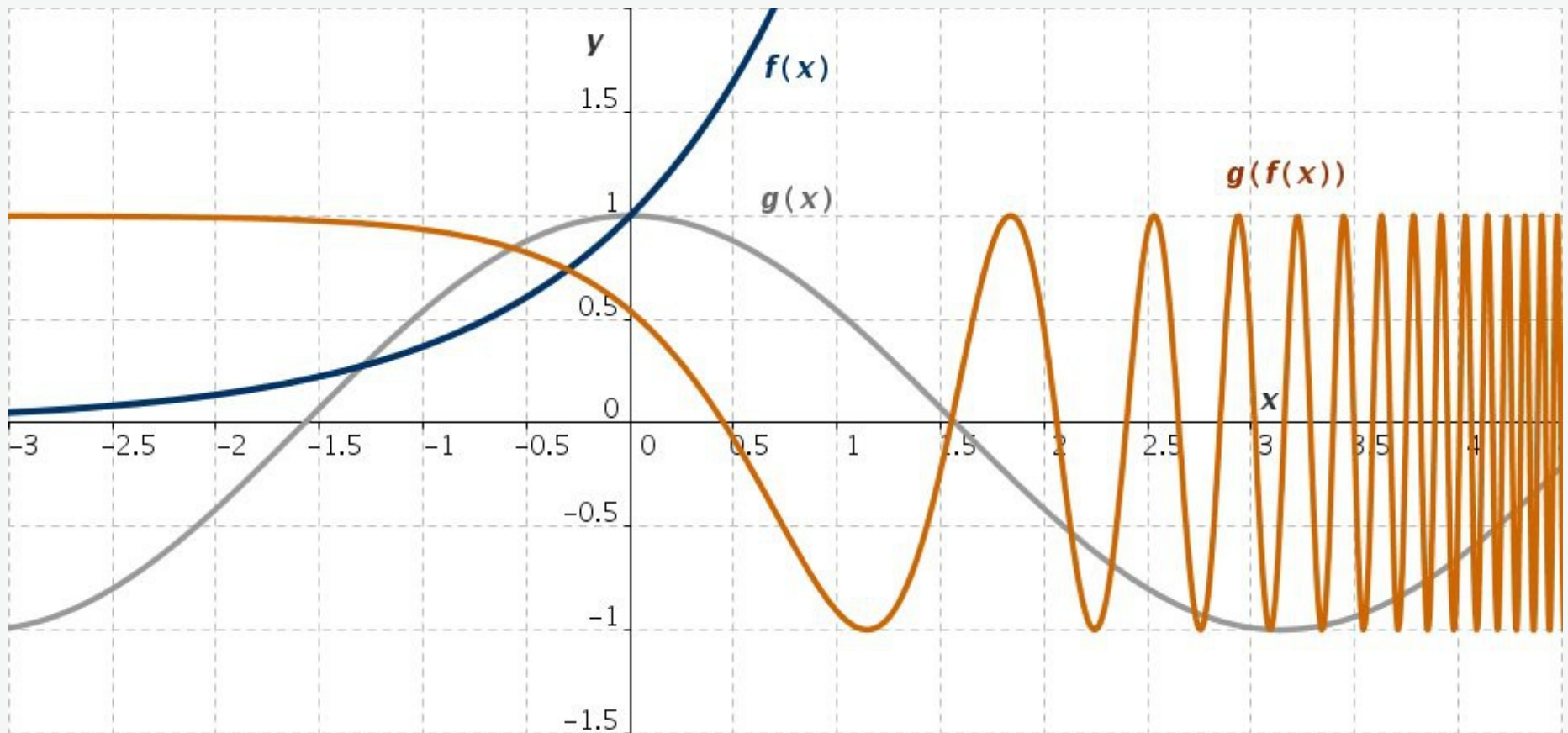


Abb. L7-2: Die Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und $g(f(x))$

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \cos x$$

$$g(f(x)) = \cos(f(x)) = \cos(e^x), \quad D = \mathbb{R}, \quad W = [-1, 1]$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 8

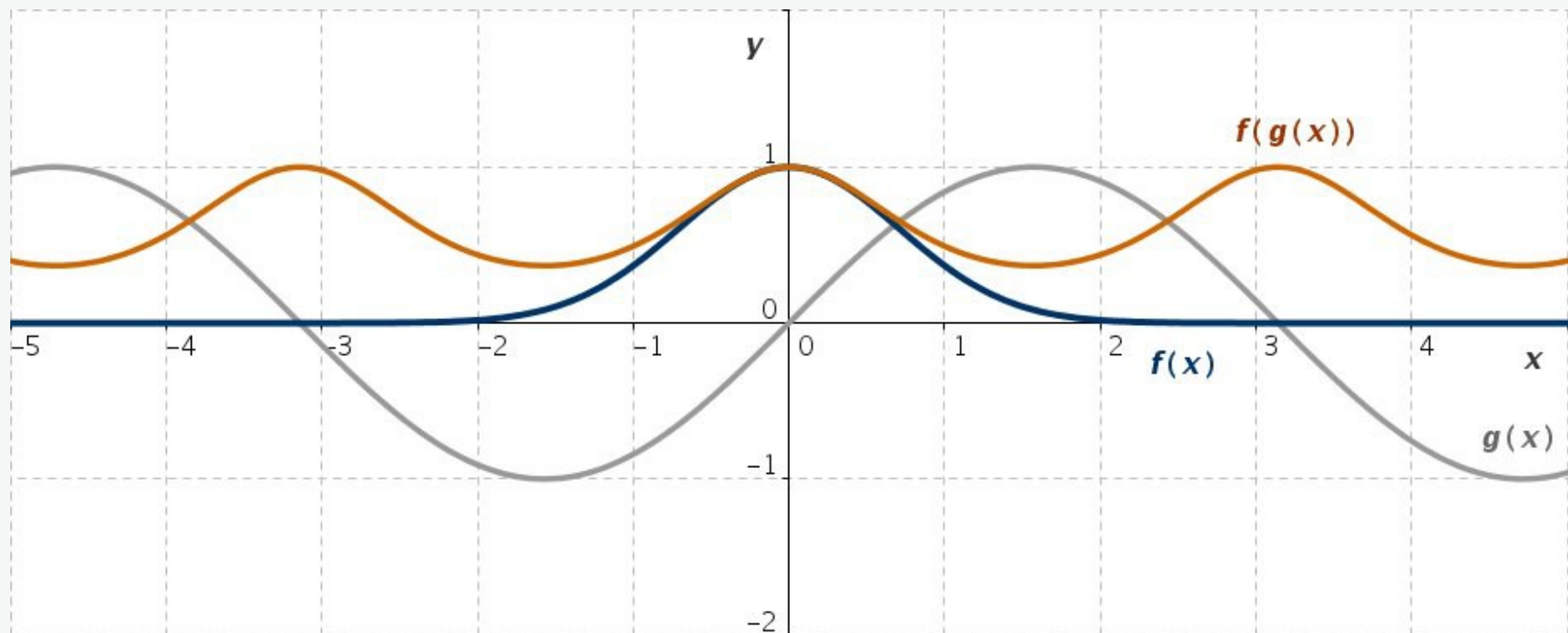


Abb. L8-1: Die Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und $f(g(x))$

$$f(x) = e^{-x^2}, \quad g(x) = \sin x$$

$$f(g(x)) = e^{-g^2(x)} = e^{-\sin^2 x}, \quad D = \mathbb{R}, \quad W = \left[\frac{1}{e}, 1 \right]$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 8

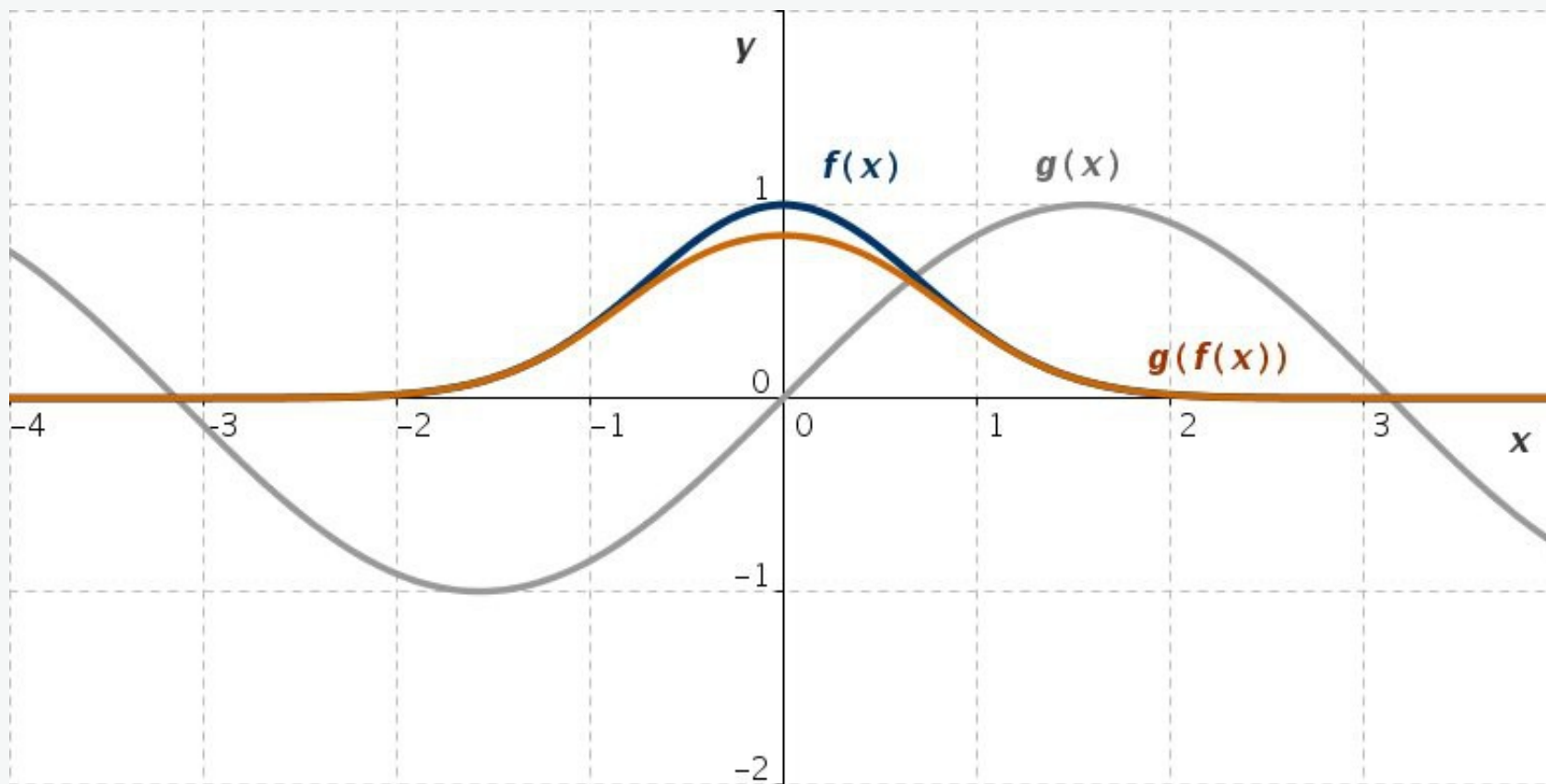


Abb. L8-2: Die Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und $g(f(x))$

$$f(x) = e^{-x^2}, \quad g(x) = \sin x$$

$$g(f(x)) = \sin(f(x)) = \sin(e^{-x^2}), \quad D = \mathbb{R}, \quad W = (0, \sin 1]$$

Verkettung von Funktionen: Lösung 9

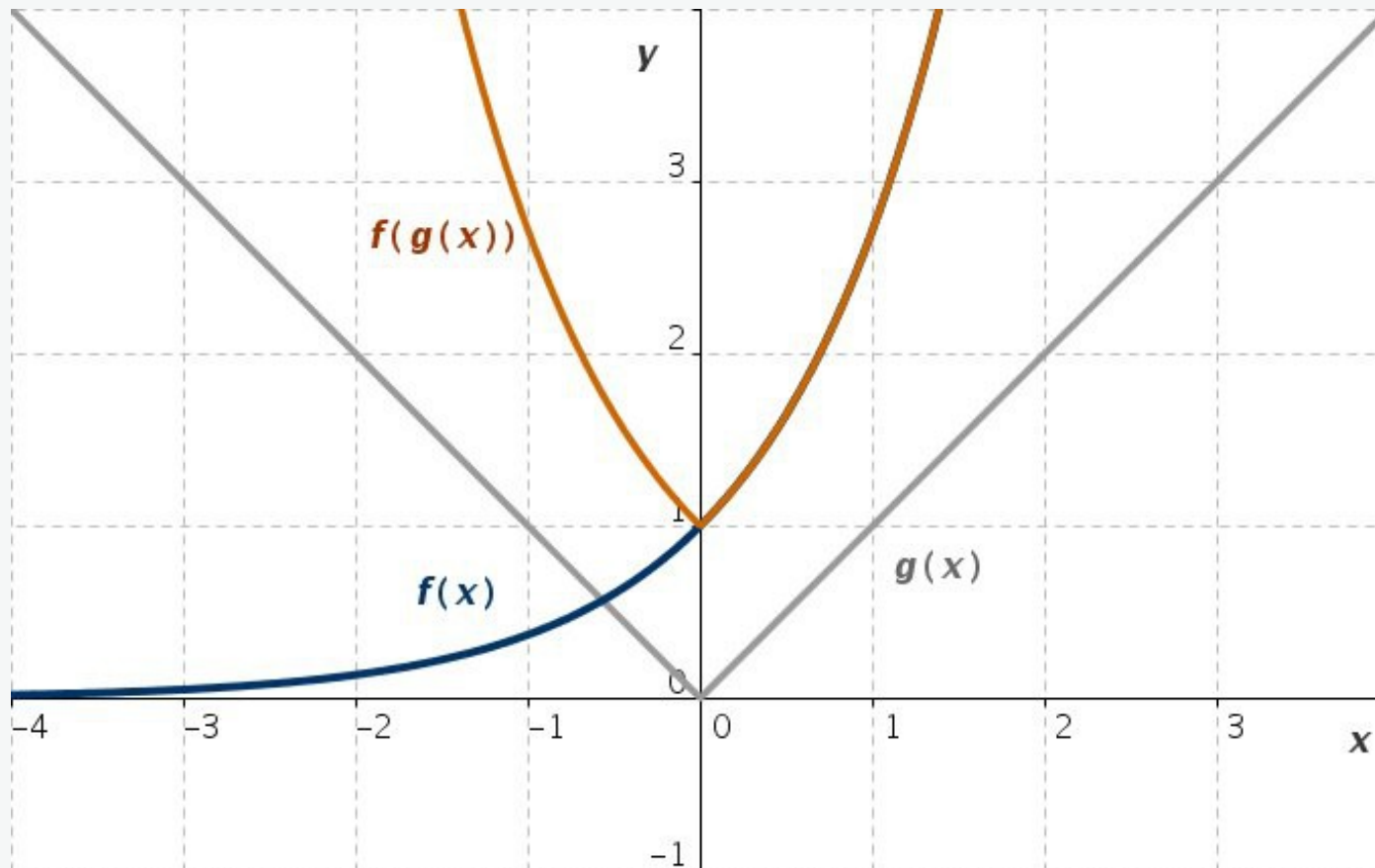


Abb. L9-1: Die Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und $f(g(x))$

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = |x|$$

$$f(g(x)) = e^{g(x)} = e^{|x|}, \quad D = \mathbb{R}, \quad W = [1, \infty)$$

$$g(f(x)) = |f(x)| = |e^x| = e^x = f(x), \quad D = \mathbb{R}, \quad W = (0, \infty)$$