



*Exponentialfunktionen*  
*Eigenschaften, graphische Darstellungen*

*Potenzfunktion:*  $y = x^9$

*Exponentialfunktion:*  $y = 9^x$

Die Potenz- und die Exponentialfunktionen haben im wesentlichen denselben Aufbau. In beiden Fällen ist eine Basis mit einem Exponenten zu potenzieren. Während jedoch bei der Potenzfunktion die unabhängige Variable als Basis und eine Konstante als Exponent auftreten, ist das bei der Exponentialfunktion genau umgekehrt: Die Basis ist eine Konstante und die unabhängige Variable kommt im Exponenten vor.



Abb. 1: Einige Anwendungen der Exponentialfunktion mit der Basis  $a = e$

Definition: Funktionen vom Typ  $y = a^x$  mit positiver Basis  $a$  ( $a \neq 1$ ) heißen Exponentialfunktionen.

## Exponentialfunktionen: Aufgaben 1-7

Zeichnen Sie die Exponentialfunktion  $y = f(x)$  und untersuchen ihre Eigenschaften

Aufgabe 1:  $f(x) = 2^x$

Aufgabe 2:  $f(x) = 2^{-x}$

Aufgabe 3:  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = e^x$ ,  $h(x) = 4^x$

Aufgabe 4:  $f(x) = 1.5^{-x}$ ,  $g(x) = 2^{-x}$ ,  $h(x) = 3^{-x}$

Aufgabe 5:  $f(x) = 2^{-x}$ ,  $g(x) = 2^x$

Aufgabe 6:  $f(x) = e^x - 2$ ,  $g(x) = e^x + 1$

Aufgabe 7:  $f(x) = 2e^x$ ,  $g(x) = 0.5e^x$

## Exponentialfunktionen: Aufgaben 8-12

Aufgabe 8:  $f(x) = e^{2x}$ ,  $g(x) = e^{\frac{x}{2}}$

Aufgabe 9:  $f(x) = 2^{-x}$ ,  $g(x) = 2^{-x+1}$

Aufgabe 10:  $f(x) = e^{\cos x}$

Aufgabe 11:  $f(x) = e^{\cos^2 x}$

Aufgabe 12:  $f(x) = \cos(e^x)$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 1

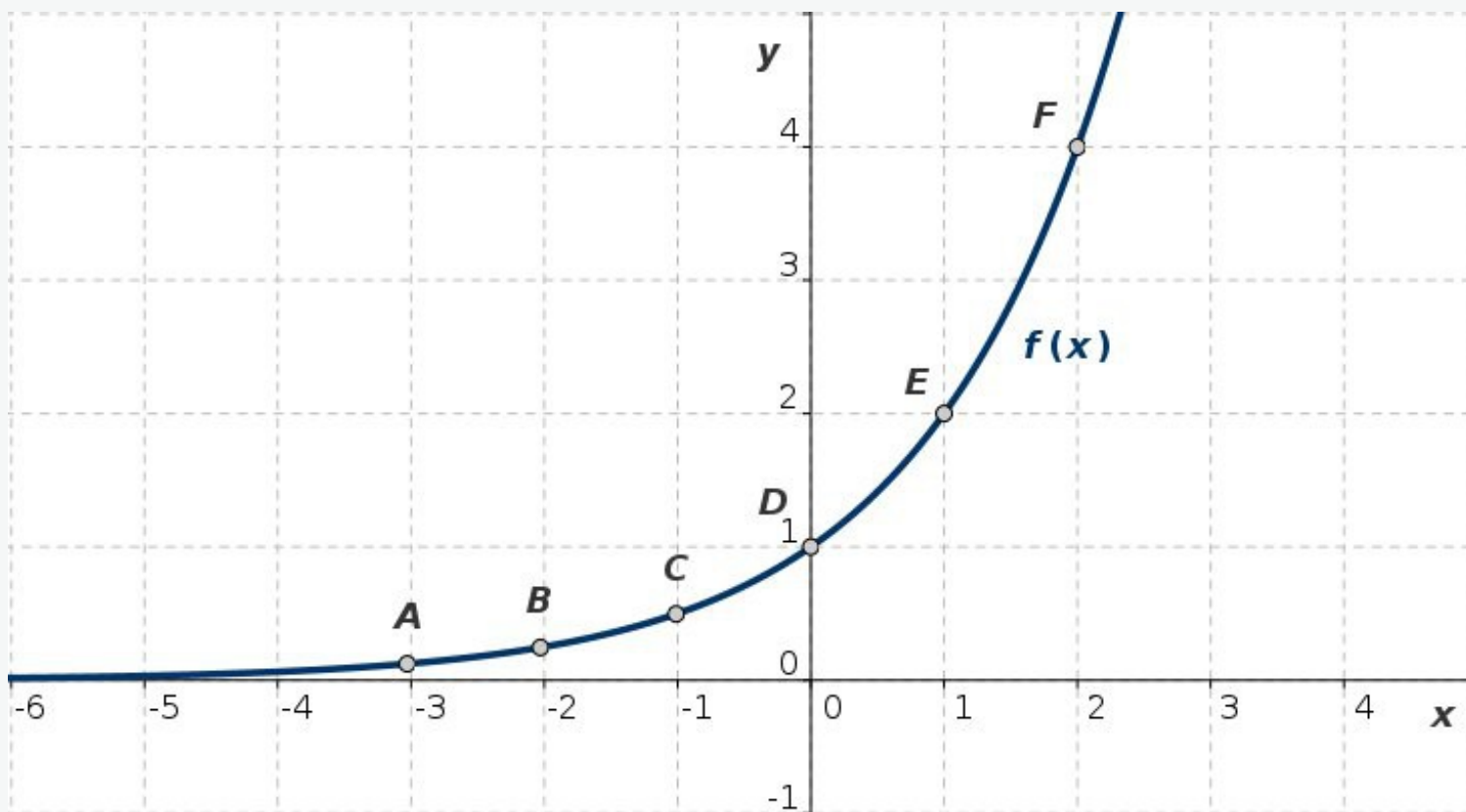


Abb. A1-1: Exponentialfunktion  $y = f(x)$

$$f(x) = 2^x$$

$$A = \left(-3, \frac{1}{2^3}\right) = \left(-3, \frac{1}{8}\right), \quad B = \left(-2, \frac{1}{2^2}\right) = \left(-2, \frac{1}{4}\right)$$

$$C = \left(-1, \frac{1}{2}\right), \quad D = (0, 1), \quad E = (1, 2), \quad F = (2, 4)$$



## Exponentialfunktion: Eigenschaften

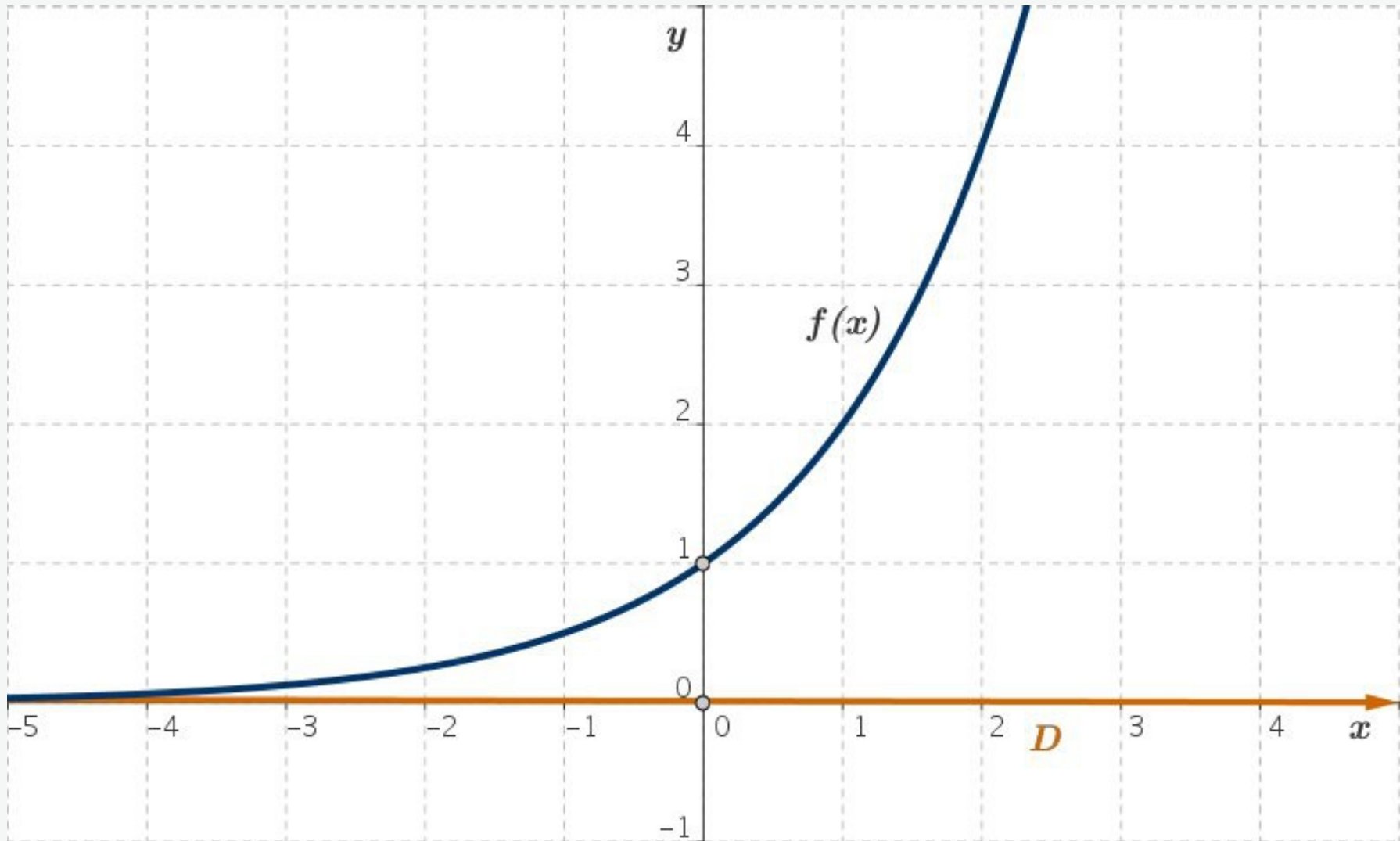


Abb. A1-2: Zur Illustration des Definitionsbereiches der Exponentialfunktion  $y = f(x)$

Die Exponentialfunktion  $y = f(x)$  ist für alle reelle  $x$  definiert:

$$f(x) = 2^x, \quad D_f = \mathbb{R}$$

## Exponentialfunktion: Eigenschaften

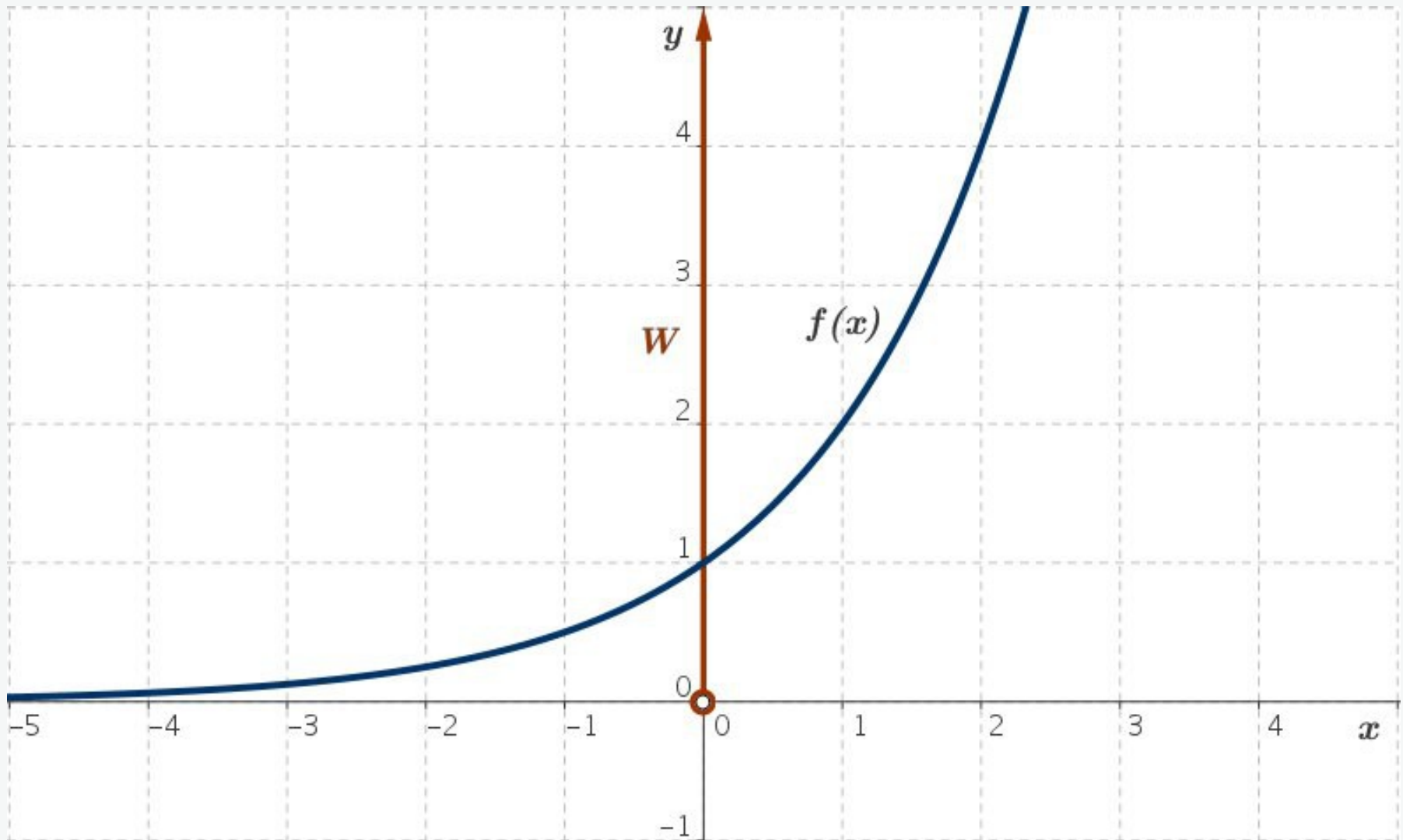


Abb. A1-3: Zur Illustration des Wertebereiches der Exponentialfunktion  $y = f(x)$

Der Wertebereich der Exponentialfunktion  $y = f(x)$  sind alle positiven reellen Zahlen:

$$f(x) = 2^x, \quad W_f = \mathbb{R}^+$$



## Exponentialfunktion: Eigenschaften

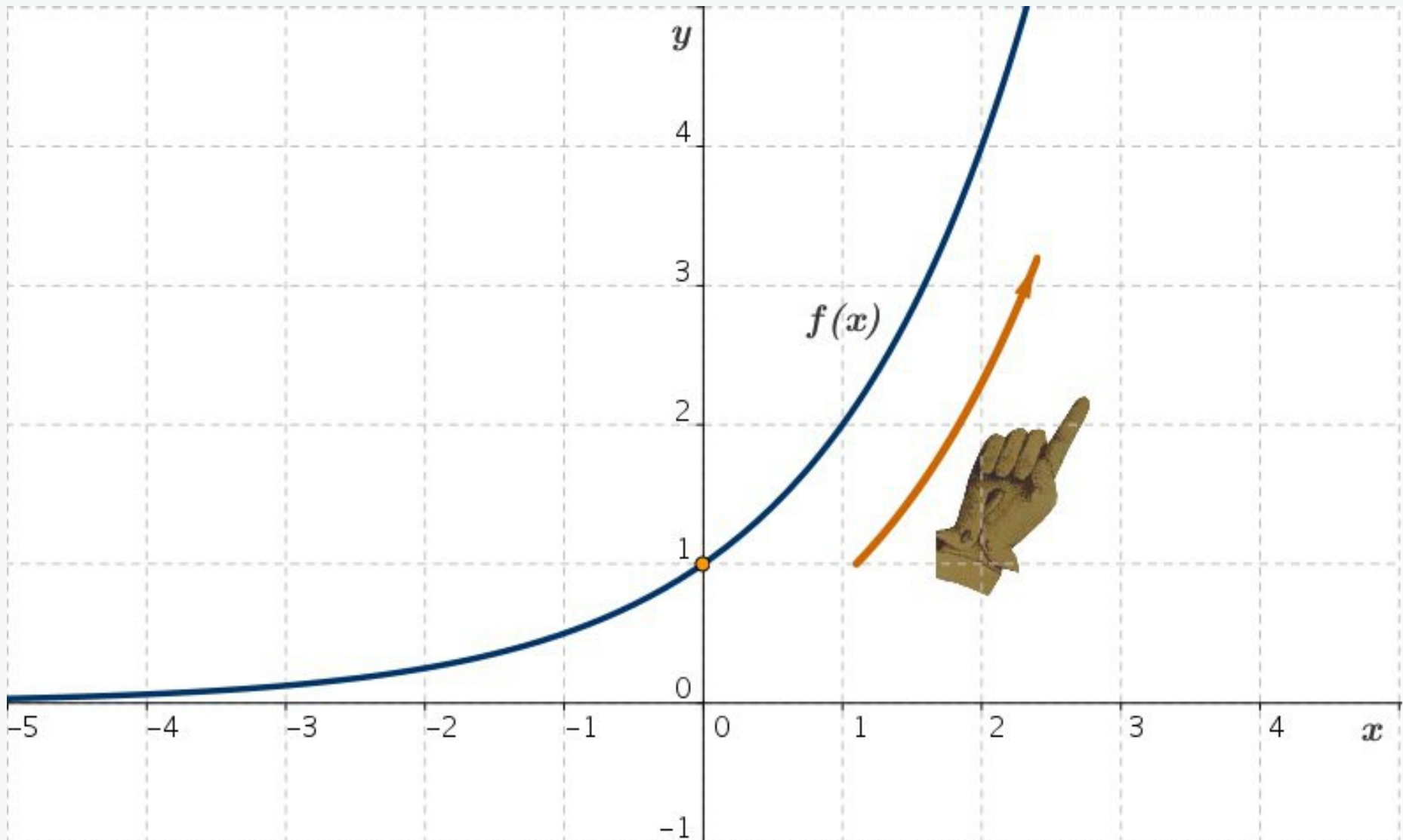


Abb. A1-4: Exponentialfunktion  $y = f(x)$

Die Funktion  $y = f(x)$  ist streng monoton steigend und besitzt keine Symmetrie:

$$f(x) = 2^x$$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 2

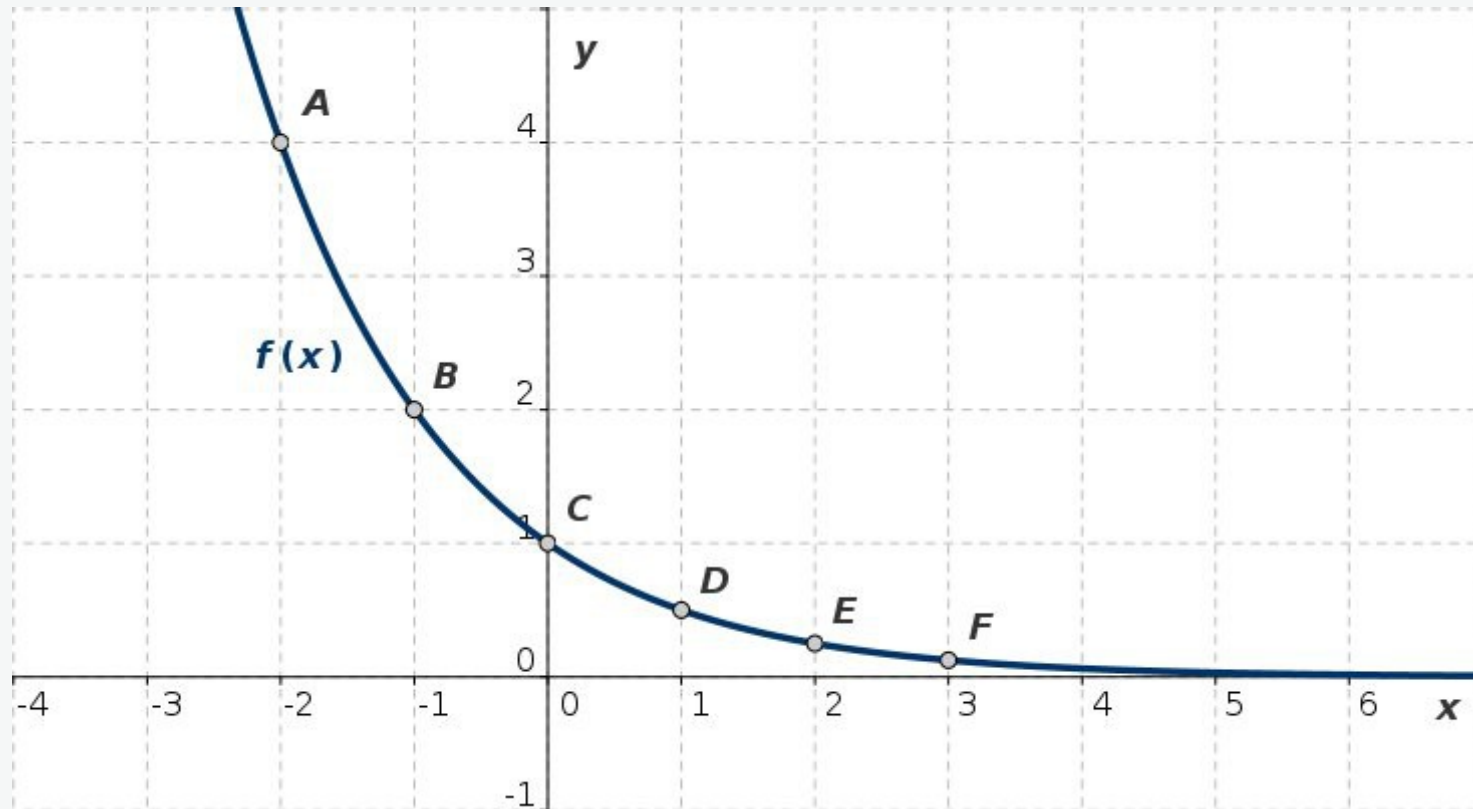


Abb. A2: Exponentialfunktion  $y = f(x)$

$$f(x) = 2^{-x}$$

$$A = (-2, 4), \quad B = (-1, 2), \quad C = (0, 1)$$

$$D = \left(1, \frac{1}{2}\right), \quad E = \left(2, \frac{1}{4}\right), \quad F = \left(3, \frac{1}{8}\right)$$

# Exponentialfunktion der Aufgabe 3

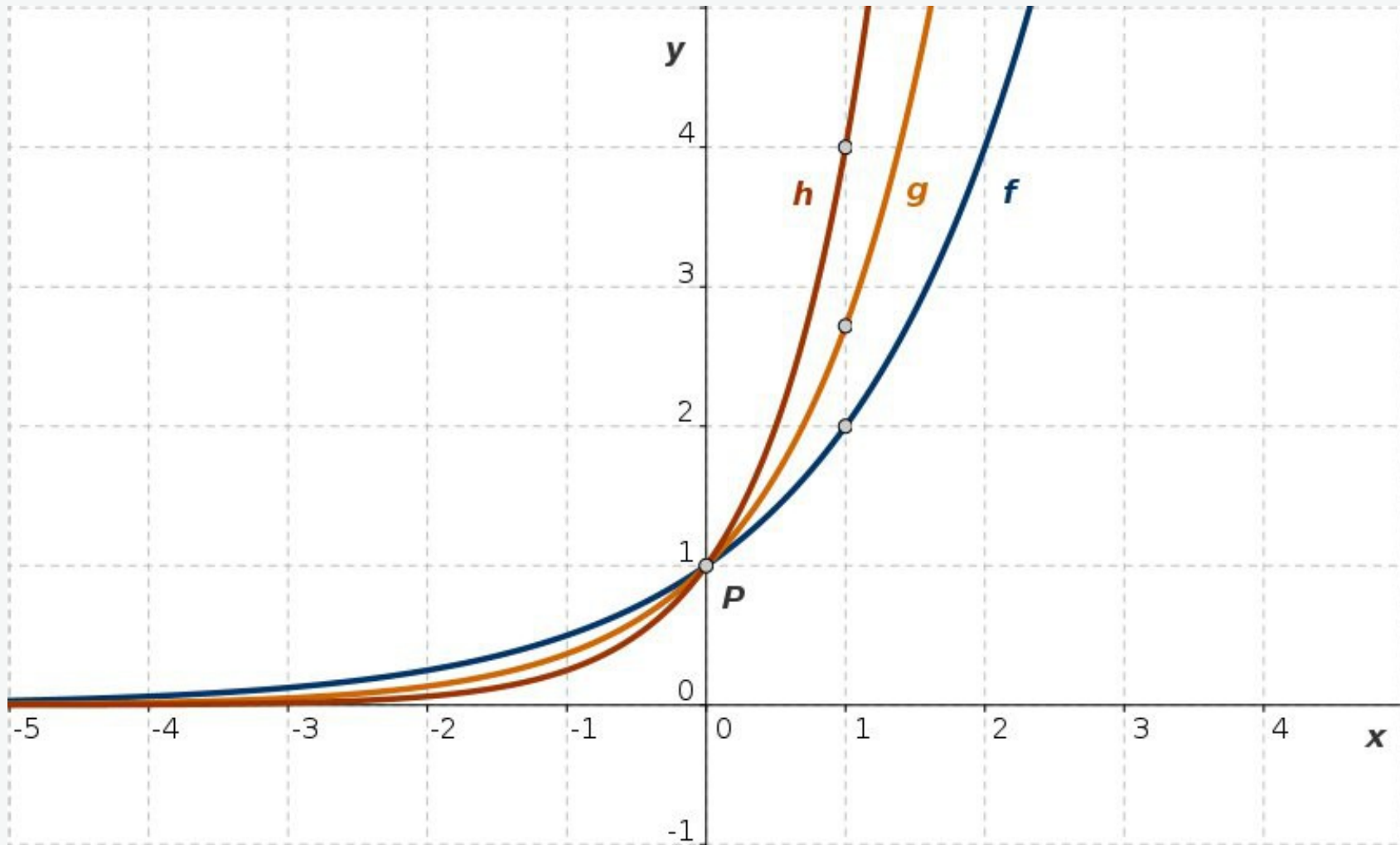


Abb. A3: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  und  $y = h(x)$

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = e^x, \quad h(x) = 4^x$$

# Exponentialfunktion der Aufgabe 4

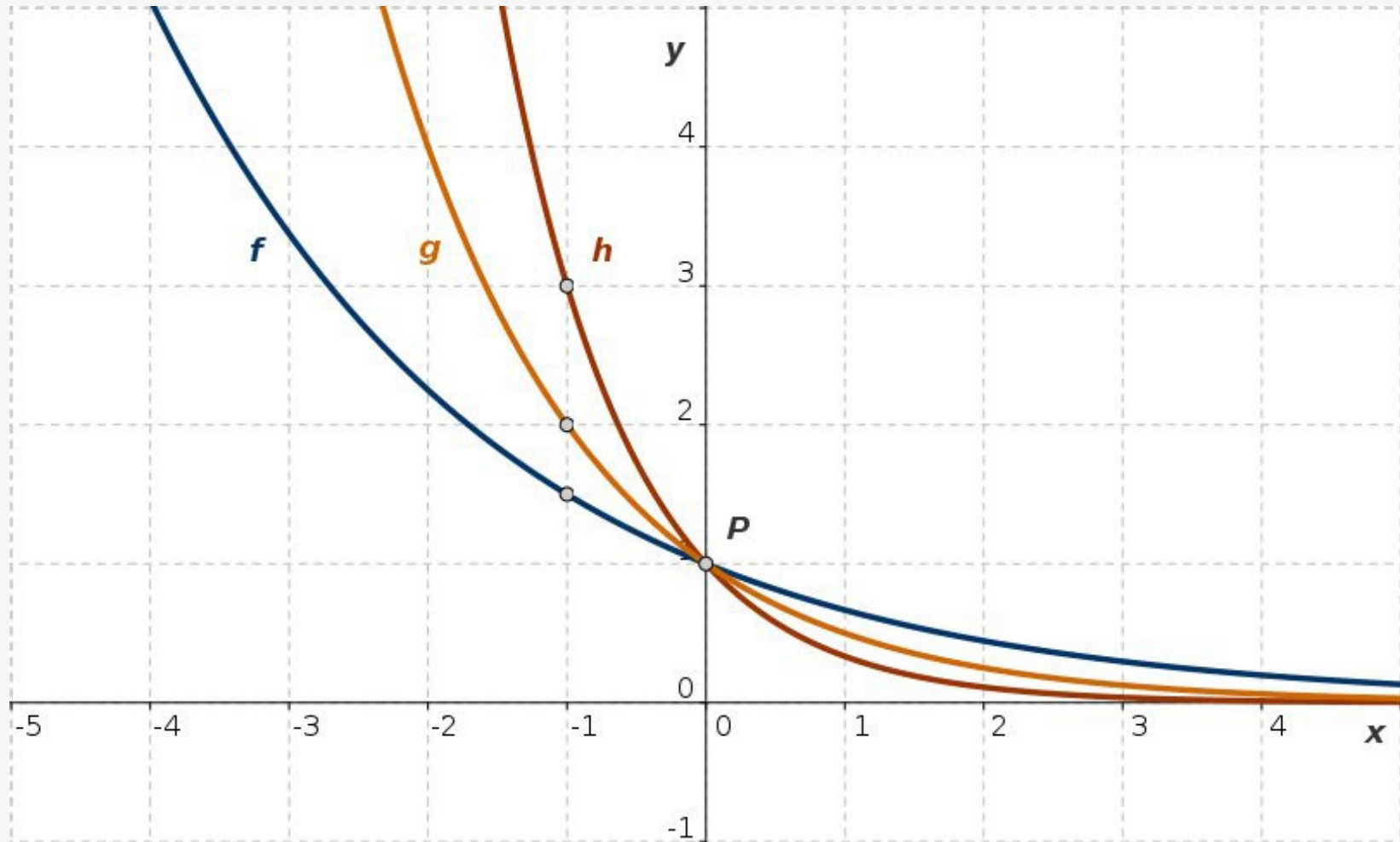


Abb. A4: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  und  $y = h(x)$

$$f(x) = 1.5^{-x}, \quad g(x) = 2^{-x}, \quad h(x) = 3^{-x}$$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 5

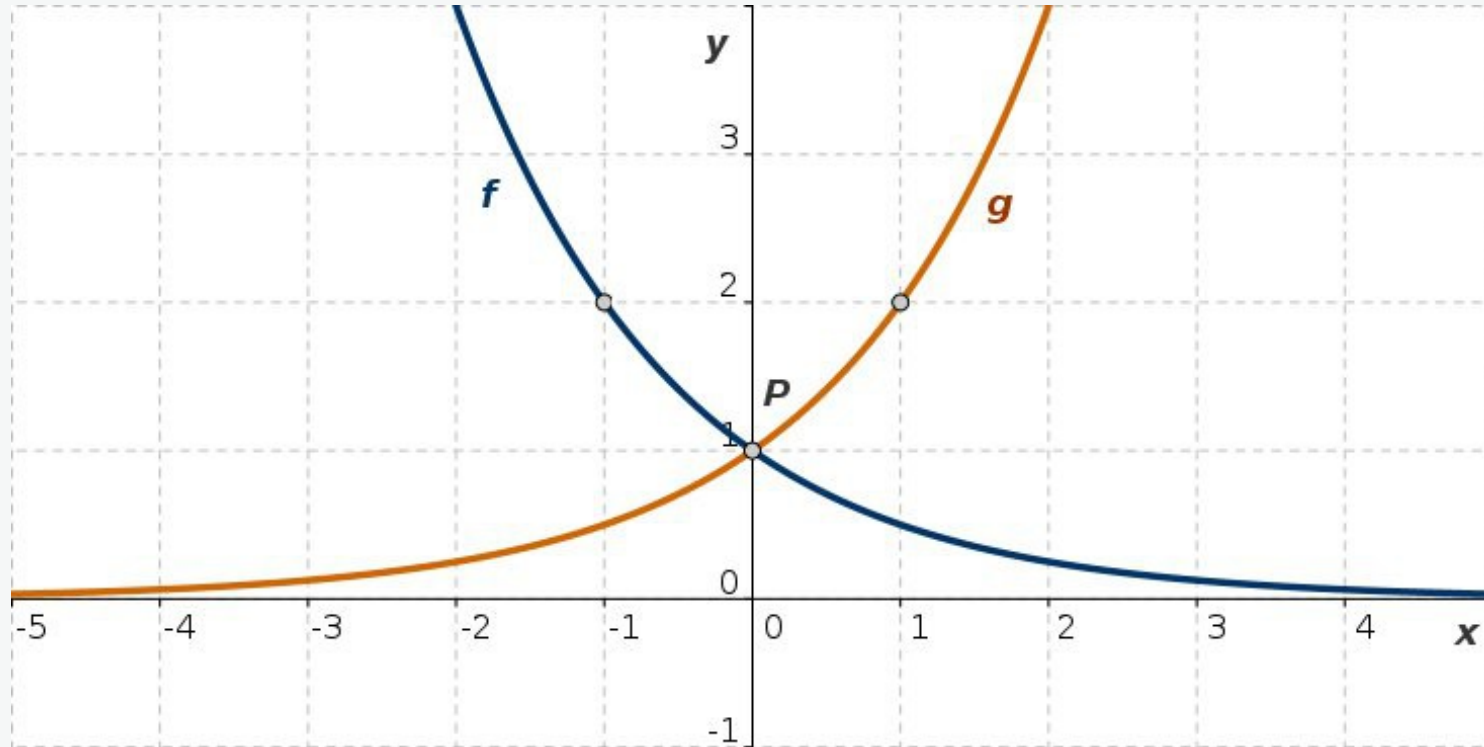


Abb. A5: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = 2^{-x}, \quad g(x) = 2^x$$

$y = a^x$ : Definitionsbereich:  $\mathbb{R}$ , Wertebereich:  $(0, \infty)$

Symmetrie: keine Symmetrie vorhanden

Monotonie: streng monoton steigend ( $a > 1$ )

streng monoton fallend ( $a < 1$ )

Gemeinsamer Punkt:  $P(0, 1)$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 6

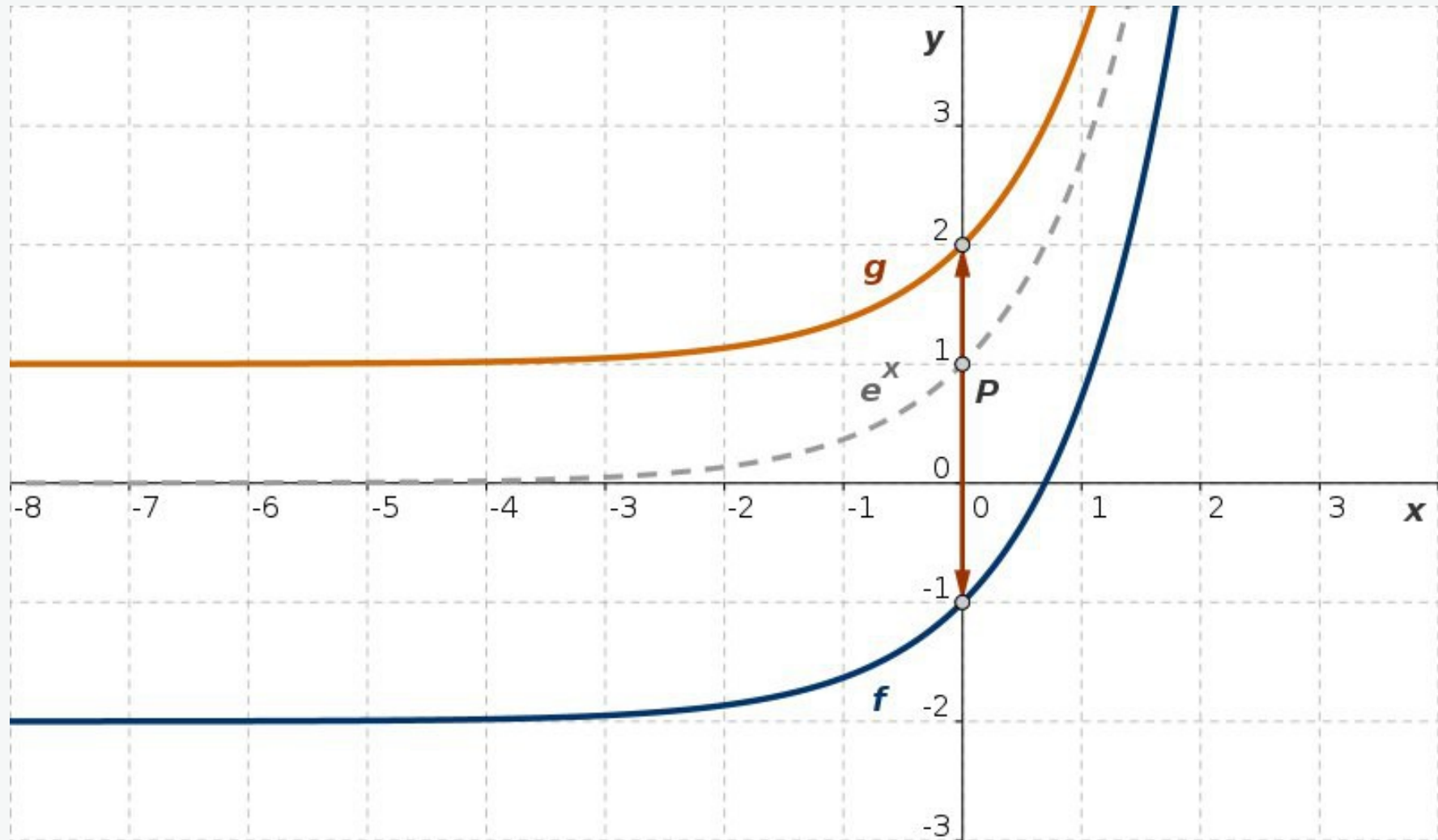


Abb. A6: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = e^x - 2, \quad g(x) = e^x + 1$$



# Exponentialfunktion der Aufgabe 7

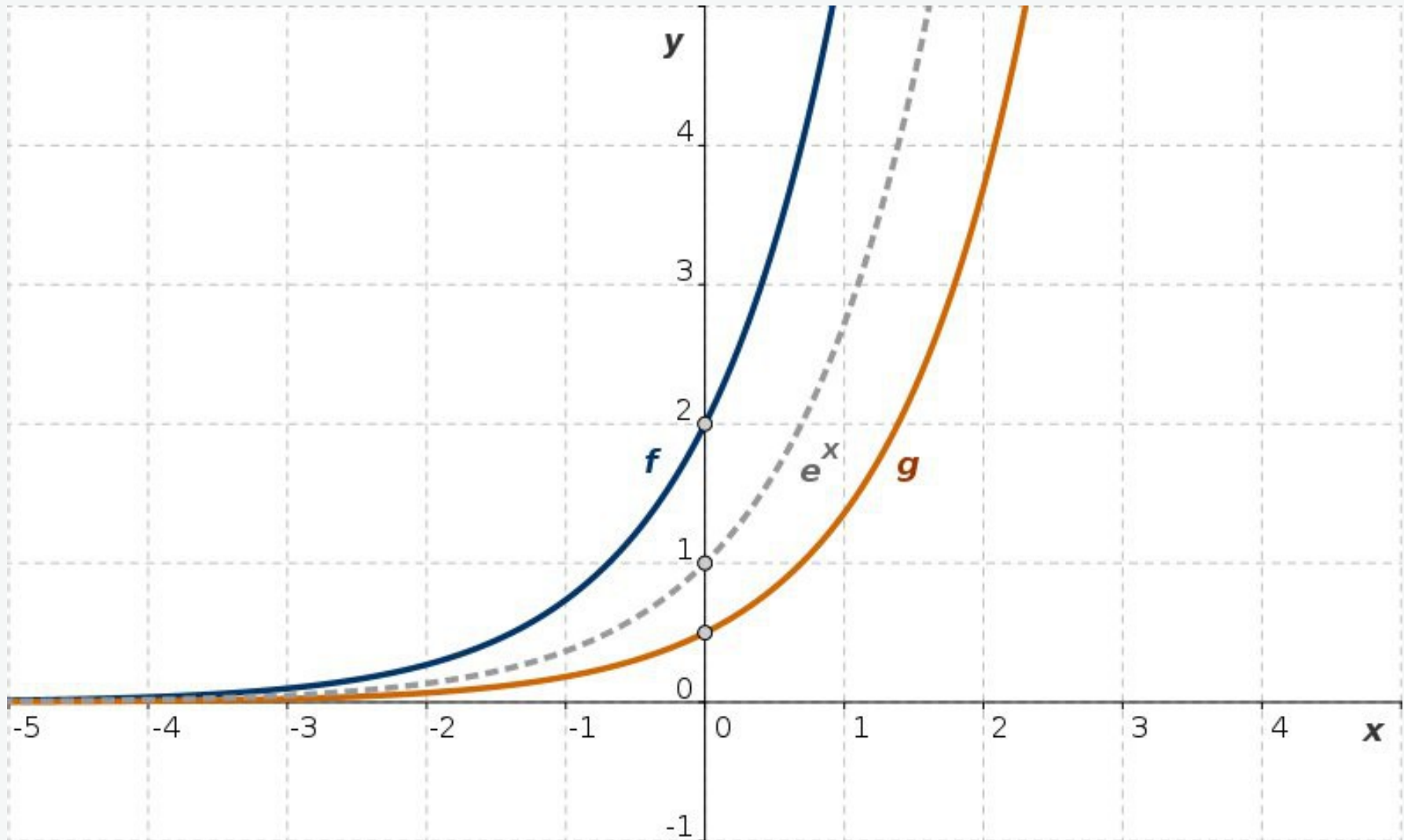


Abb. A7: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = 2e^x, \quad g(x) = 0.5e^x$$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 8

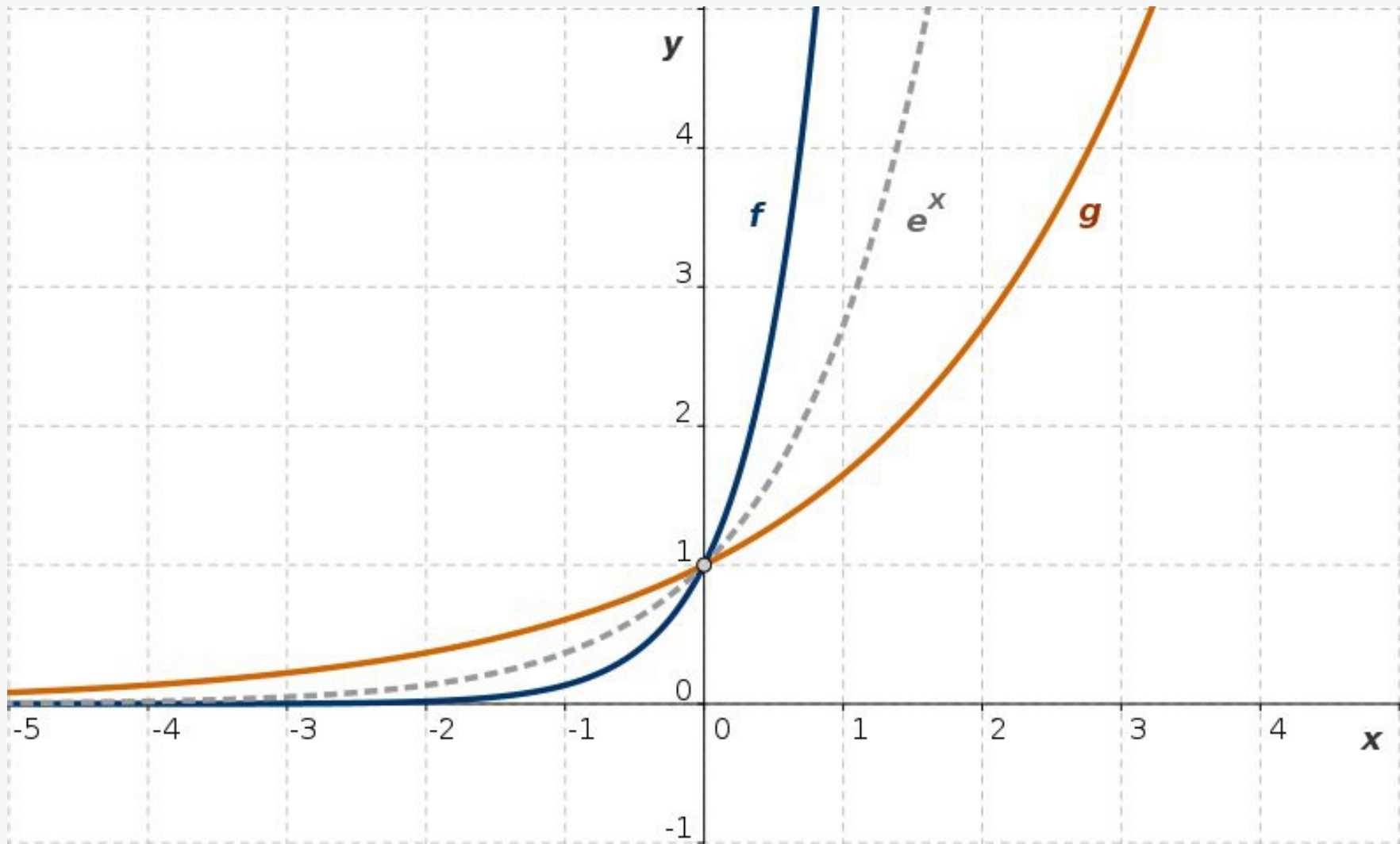


Abb. A8: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = e^{2x}, \quad g(x) = e^{\frac{x}{2}}$$

## Exponentialfunktion der Aufgabe 9

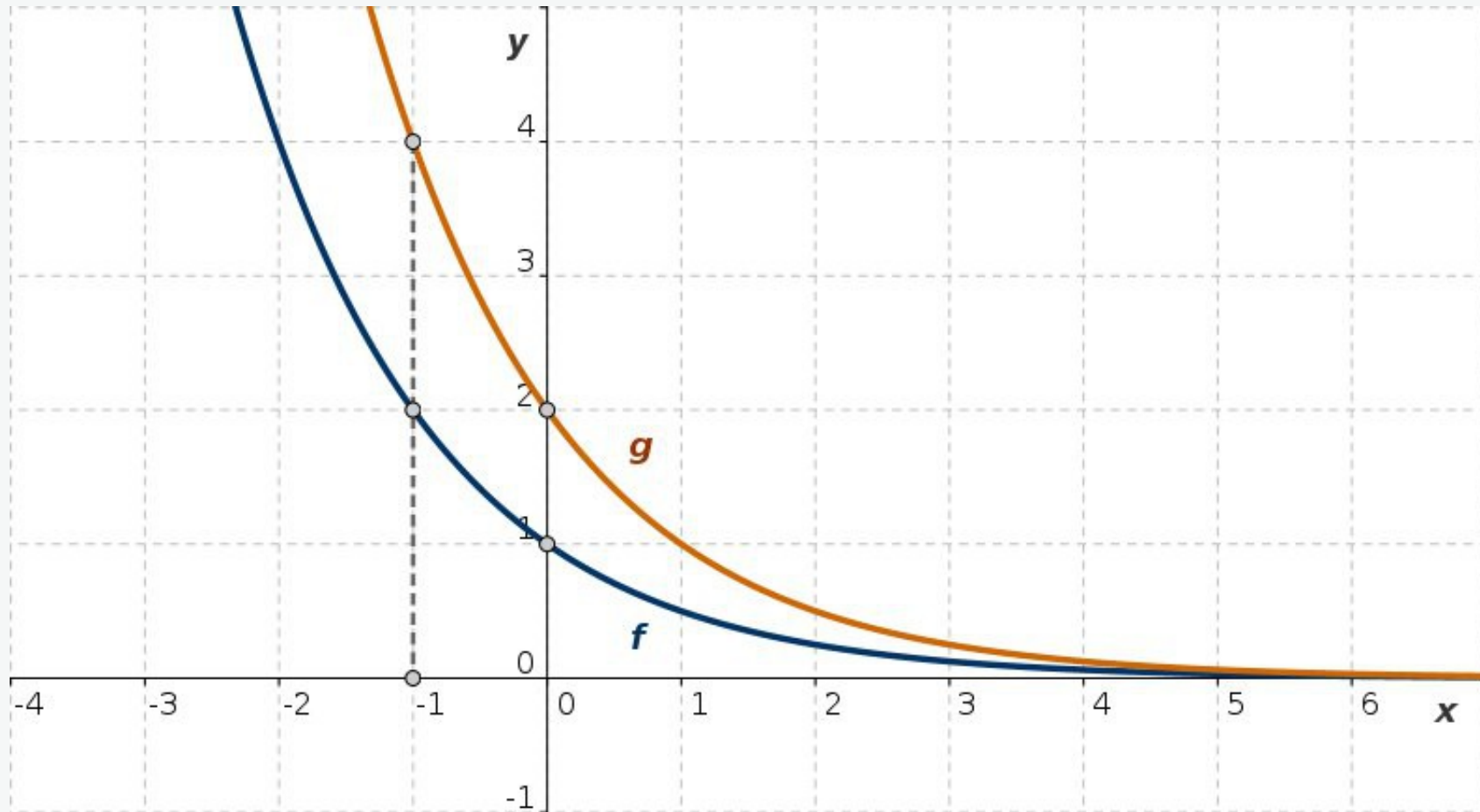


Abb. A9: Exponentialfunktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = 2^{-x}, \quad g(x) = 2^{-x+1} = 2 \cdot 2^{-x}$$

# Exponentialfunktion der Aufgabe 10

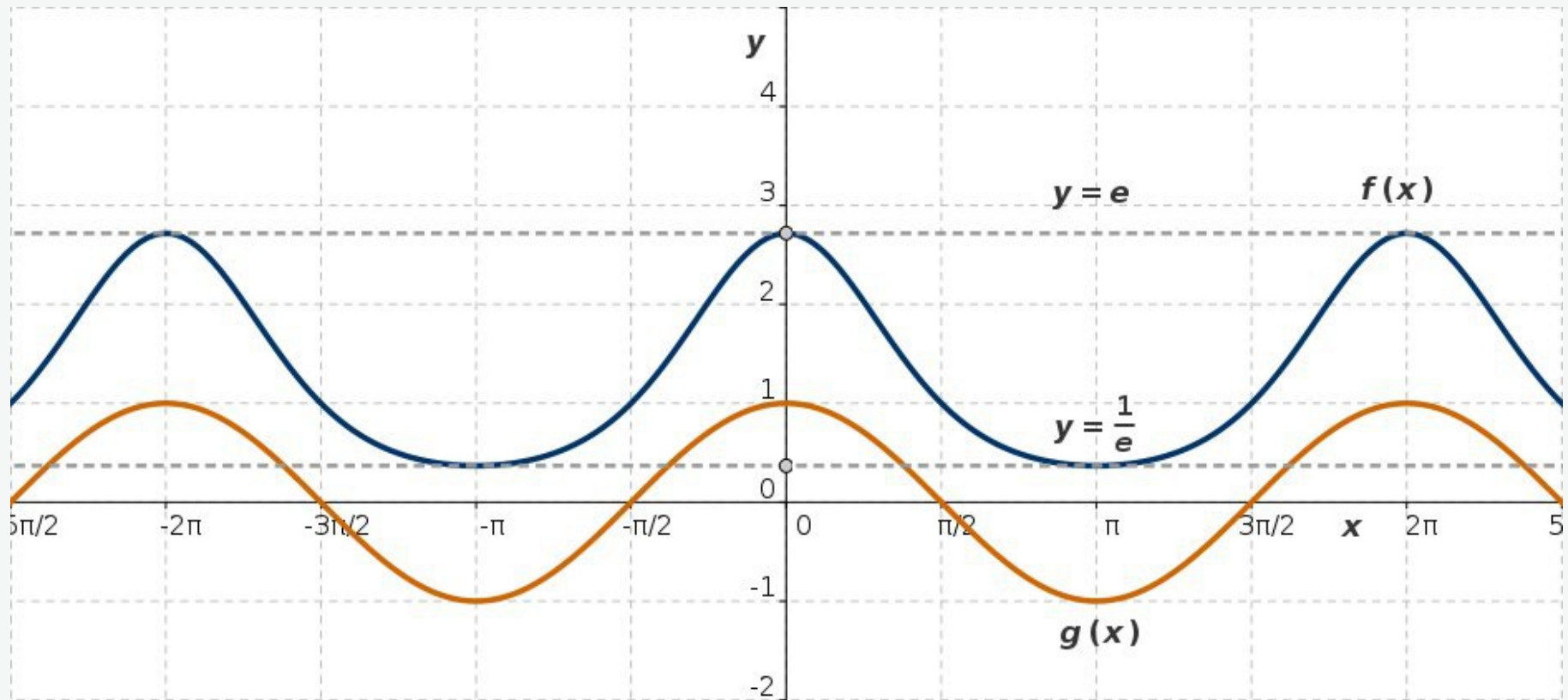


Abb. A10: Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = e^{\cos x}, \quad g(x) = \cos x$$

$$f_{\max}(x) = f(x = (\cos x)_{\max}) = e, \quad f_{\min}(x) = f(x = (\cos x)_{\min}) = \frac{1}{e}$$

# Exponentialfunktion der Aufgabe 11

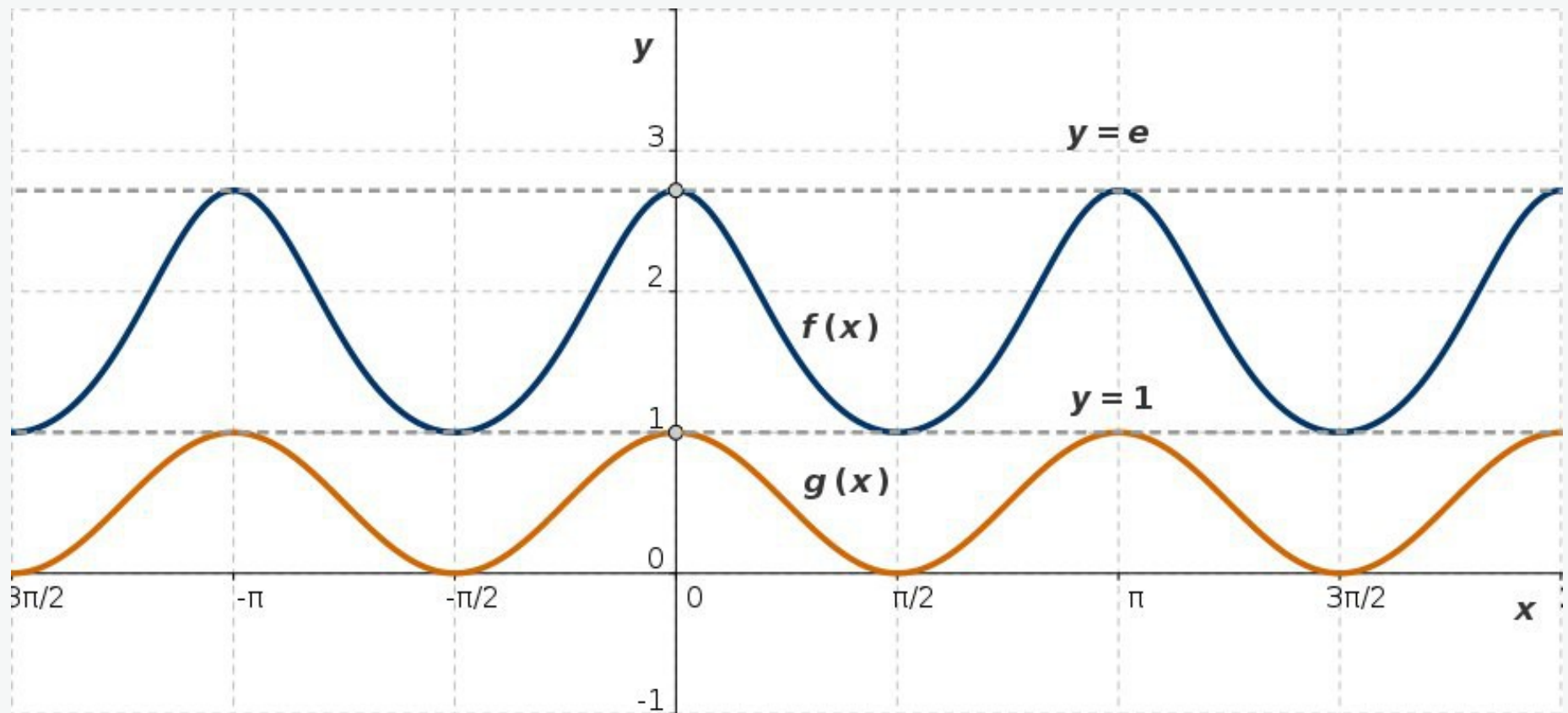


Abb. A11: Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = e^{\cos^2 x}, \quad g(x) = \cos^2 x$$

$$f_{\max}(x) = f\left(x = (\cos^2 x)_{\max}\right) = e, \quad f_{\min}(x) = f\left(x = (\cos^2 x)_{\min}\right) = 1$$

# Exponentialfunktion der Aufgabe 12

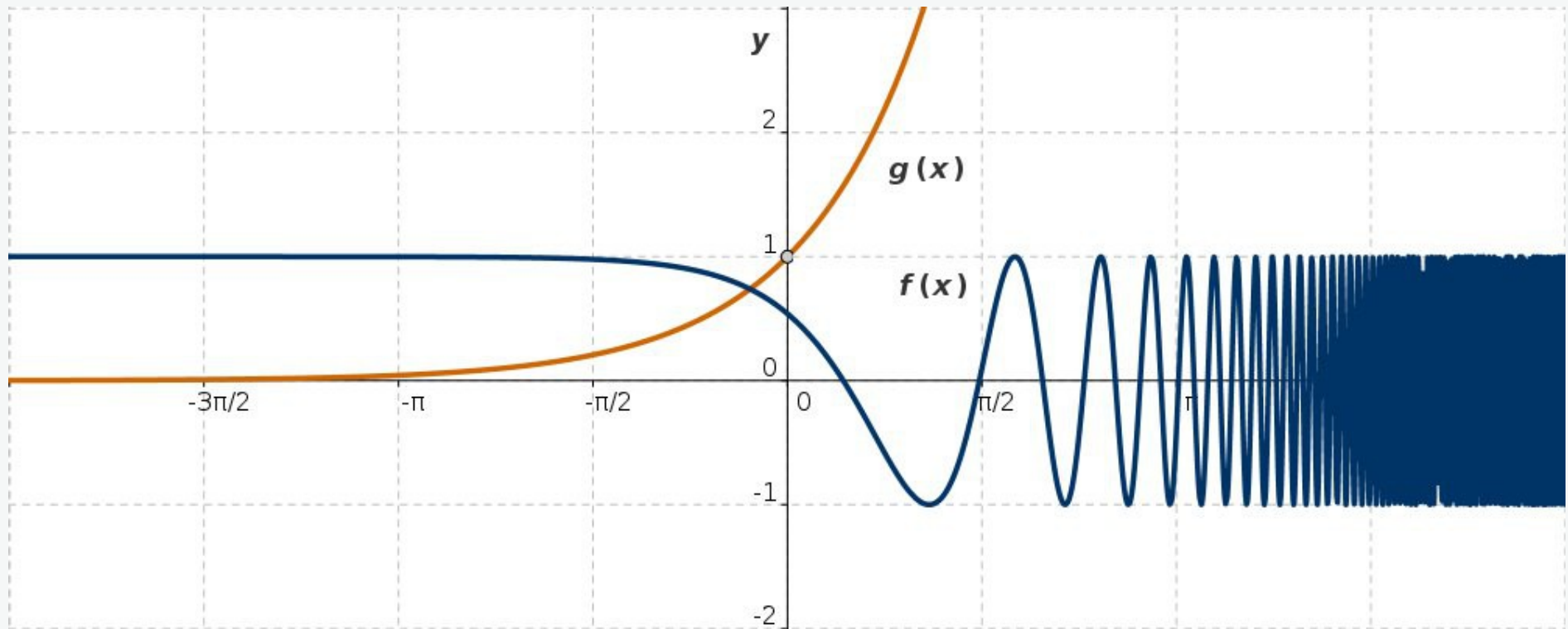


Abb. A12: Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = \cos(e^x), \quad g(x) = e^x$$