

*Determinanten als Instrument zur Berechnung
von Flächen*

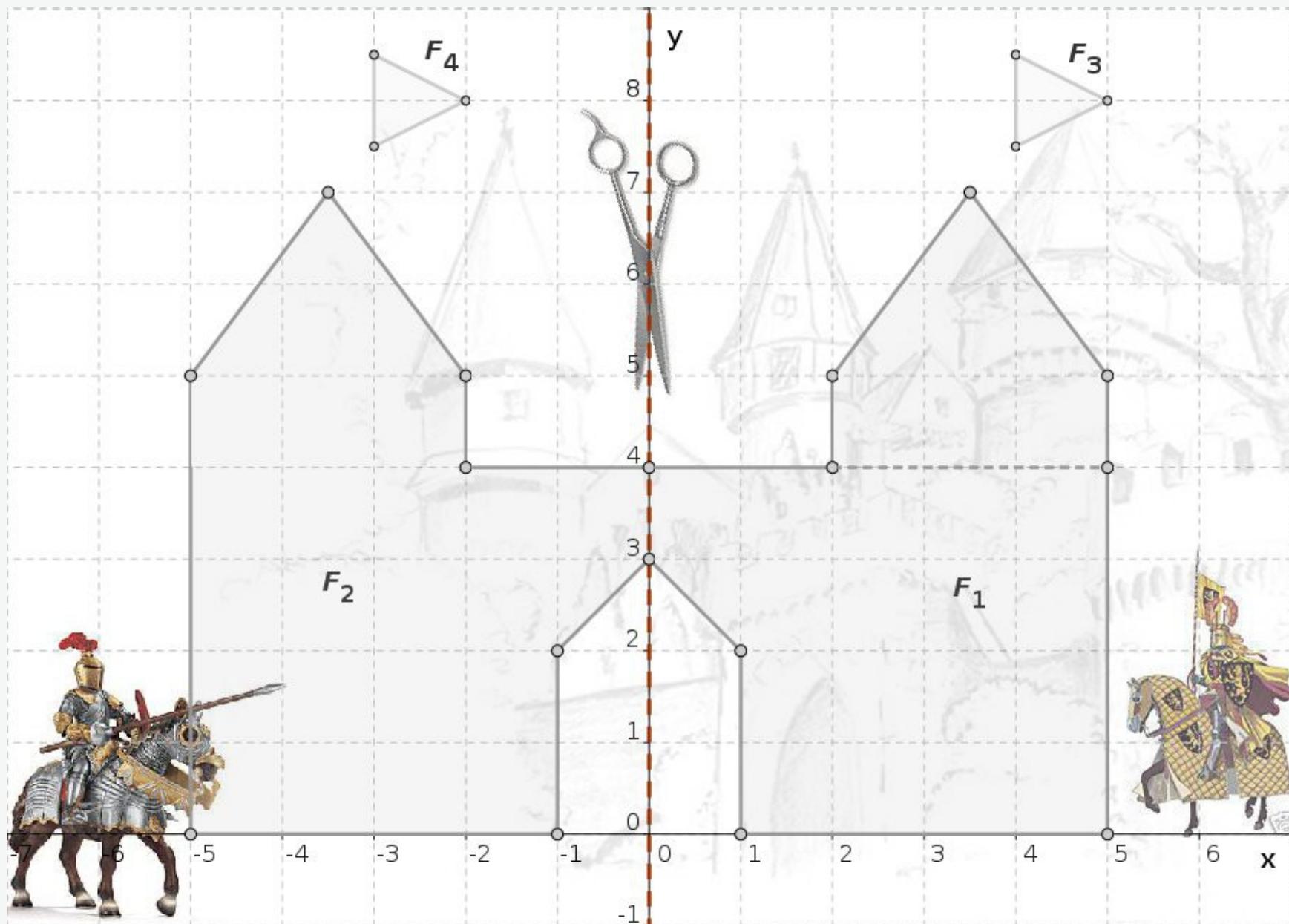


Abb. 1-1: Zur Berechnung der Fläche F der Aufgabe 1 (vorgeschlagen von Nicolei Bechmann)

$$F = 2(F_1 + F_3), \quad F_1 = F_2, \quad F_3 = F_4$$

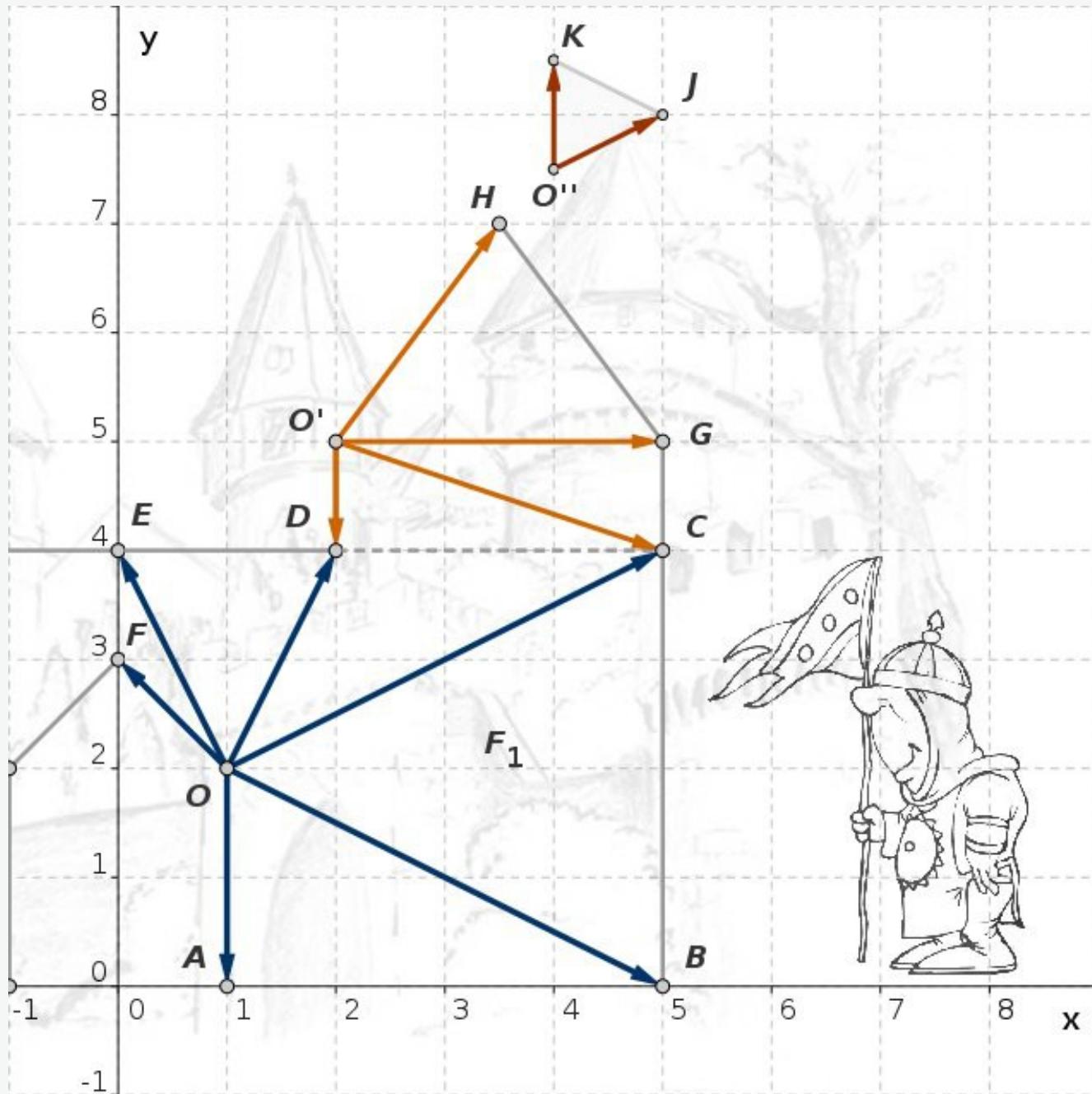


Abb. 1-2: Zur Berechnung der Fläche der Aufgabe 1 (Variante 1)

Berechnung einer Fläche: Lösung 1

Entsprechend Abb. 1-2:

$$\begin{aligned}
 2F_1 &= \det(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) + \det(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) + \det(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) + \det(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}) + \\
 &\quad + \det(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}) + \det(\overrightarrow{O'D}, \overrightarrow{O'C}) + \det(\overrightarrow{O'C}, \overrightarrow{O'G}) + \\
 &\quad + \det(\overrightarrow{O'G}, \overrightarrow{O'H}) = \\
 &= \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + \\
 &\quad + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1.5 & 2 \end{vmatrix} = 47 \text{ FE} \\
 2F_3 &= \det(\overrightarrow{O''J}, \overrightarrow{O''K}) = \begin{vmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \text{ FE} \\
 F &= 2(F_1 + F_3) = 48 \text{ FE}
 \end{aligned}$$

Entsprechend Abb. 1-3:

$$\begin{aligned}
 F &= 2 \det(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + \det(\overrightarrow{OE'}, \overrightarrow{OE}) + \det(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}) + 2 \det(\overrightarrow{O'D}, \overrightarrow{O'G}) + \\
 &\quad + \det(\overrightarrow{O'G}, \overrightarrow{O'H}) + \det(\overrightarrow{O''J}, \overrightarrow{O''K}) = 48 \text{ FE}
 \end{aligned}$$

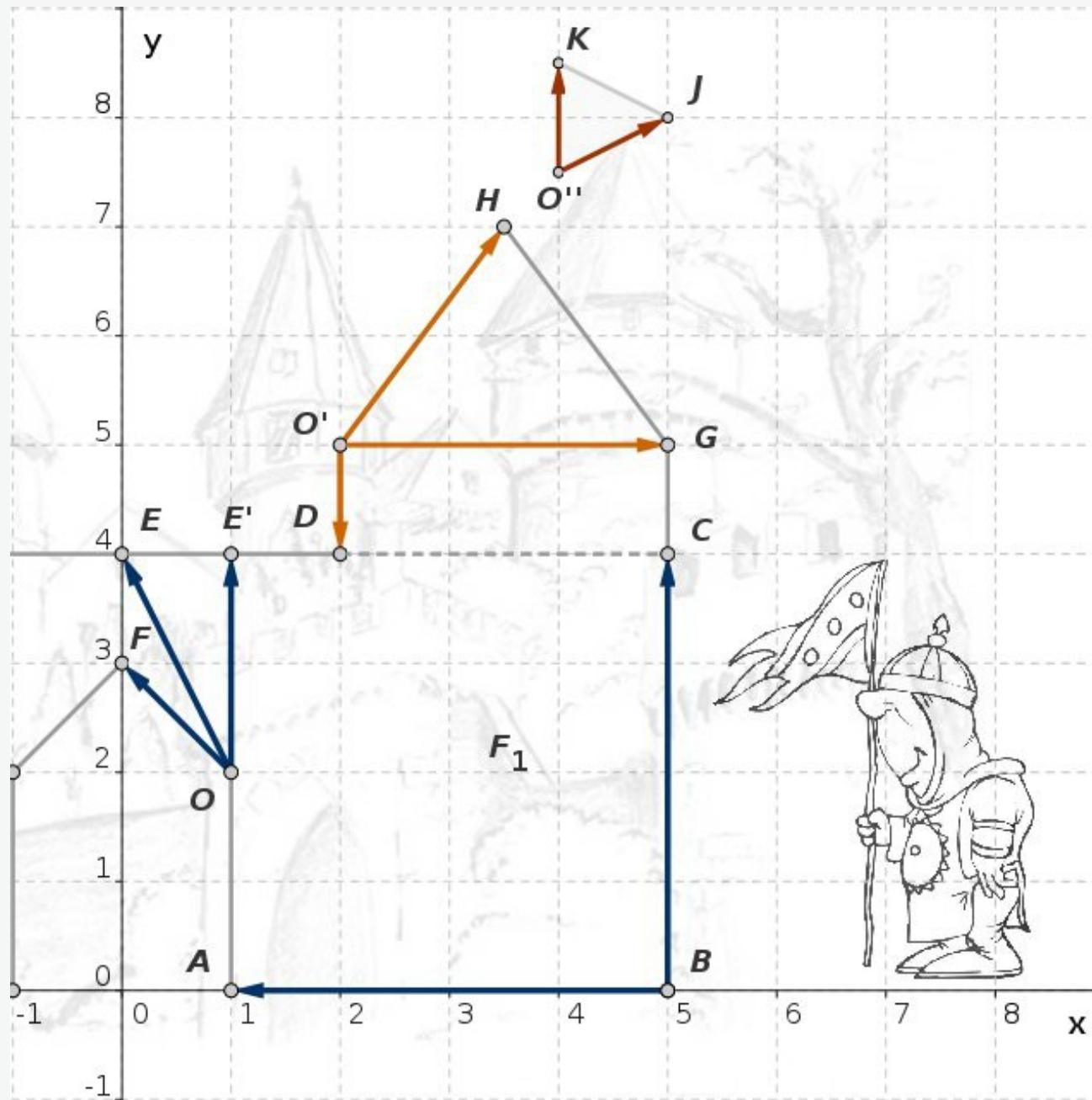


Abb. 1-3: Zur Berechnung der Fläche der Aufgabe 1 (Variante 2)



Berechnung der Fläche eines Schildes: Aufgabe 2

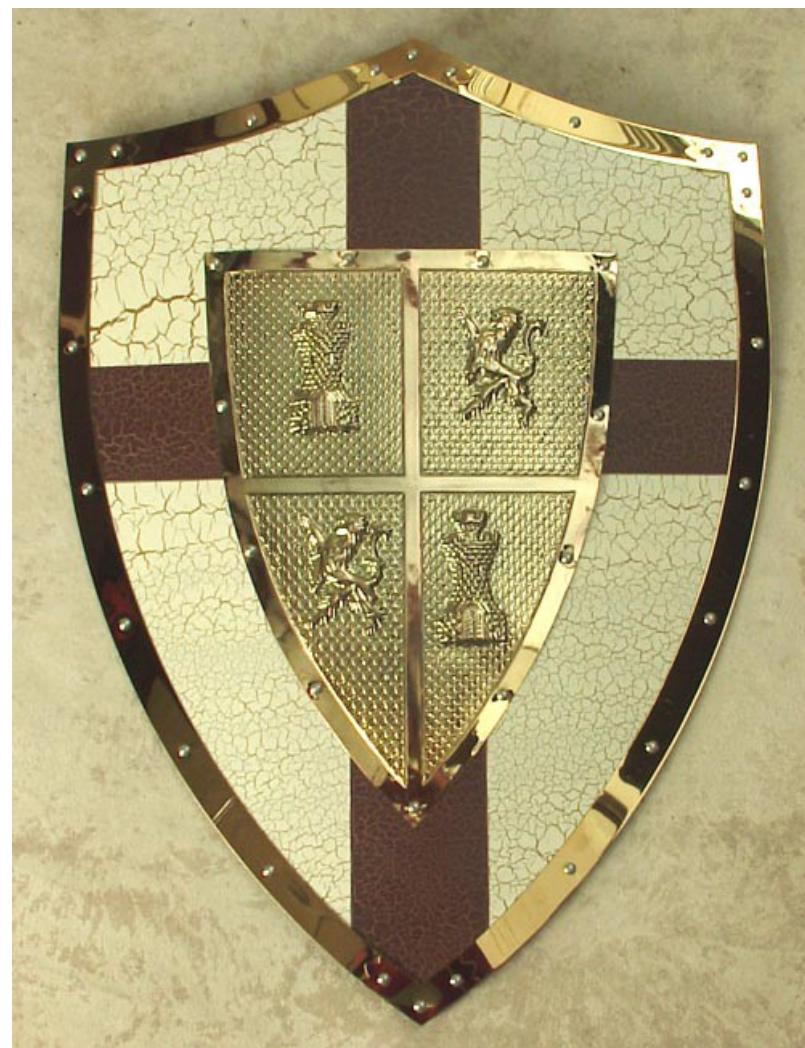


Abb. 2-1: Dir Fläche der Aufgabe 2

Berechnung der Fläche eines Schildes: Lösung 2

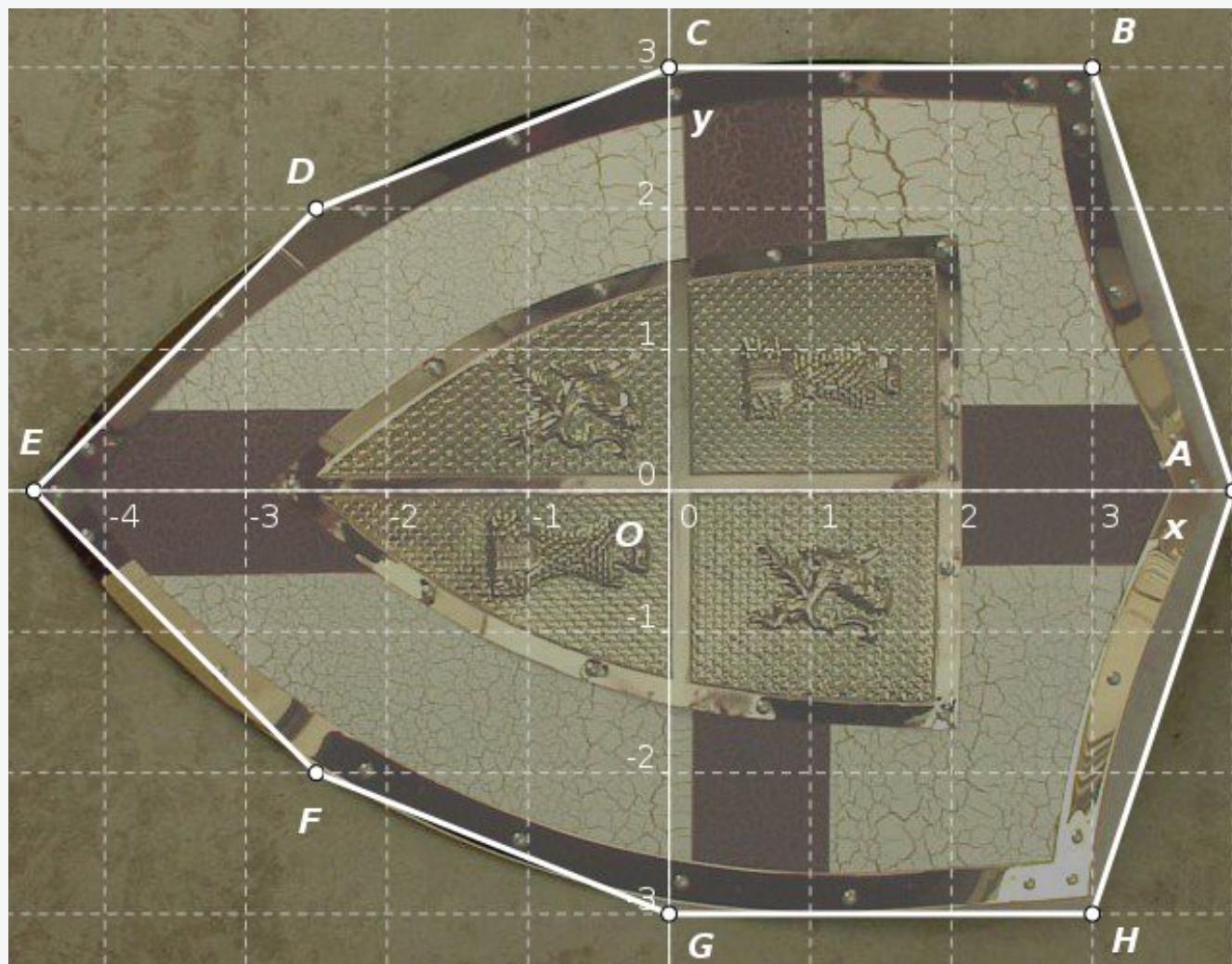


Abb. 2-2: Zur näherungsweisen Berechnung der Fläche der Aufgabe 2

Berechnung der Fläche eines Schildes: Lösung 2

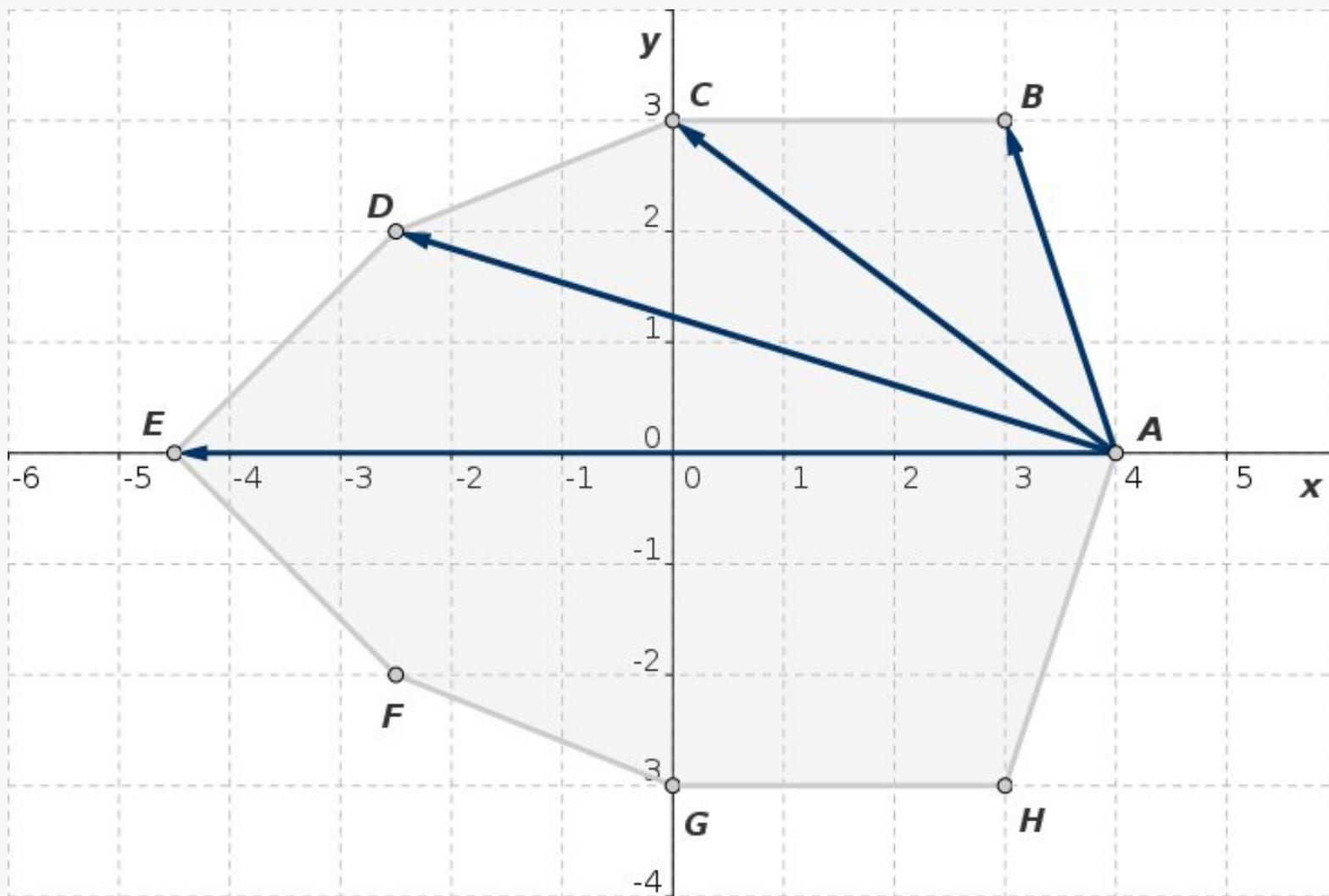


Abb. 2-3: Zur Berechnung der Fläche des Schildes

$$\overrightarrow{AB} = (-1, 3), \quad \overrightarrow{AC} = (-4, 3), \quad \overrightarrow{AD} = (-6.5, 2), \quad \overrightarrow{AE} = (-8.5, 0)$$

Berechnung der Fläche eines Schildes: Lösung 2

$$\begin{aligned} F_{ABSDEFGH} &= 2 F_{ABSDE} = \\ &= \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \det(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) + \det(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}) = \\ &= \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -6.5 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -6.5 & 2 \\ -8.5 & 0 \end{vmatrix} = 37.5 \text{ FE} \end{aligned}$$