



*Ein lineares Gleichungssystem erstellen  
und lösen: Teil 1*

# Die Aufgabe



<http://madagaskar-blog.malala-madagascar.net/wp-content/uploads/2010/01/>

Drei Freunde waren Eis essen, und überlegen anschließend, wie teuer eine Kugel der verschiedenen Eissorten eigentlich war. Karl hat 6.50 Euro für zwei Kugeln Schokoladen-, eine Kugel Heidelbeer- und eine Kugel Vanilleeis bezahlt. Paul hatte sich zwei Kugeln Vanilleeis und eine Kugel Schokoladeneis für 5.20 Euro bestellt. Der dicke Otto hat 9.50 Euro für drei Kugeln Heidelbeer-, zwei Kugeln Schokoladen- und eine Kugel Vanilleeis bezahlt.

*(vorgeschlagen von Beckmann Nicolei)*



Wir führen folgende Bezeichnungen für die Unbekannten ein:

$x$  – eine Kugel Heidelbeereis

$y$  – eine Kugel Schokoladeneis

$z$  – eine Kugel Vanilleeis



Ein lineares Gleichungssystem der drei Freunde:

$$\begin{array}{l} \text{LG-1 (Karl):} \\ \text{LG-2 (Paul):} \\ \text{LG-3 (Otto):} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z = 6.50 \\ y + 2z = 5.20 \\ 3x + 2y + z = 9.50 \end{array} \right.$$

## Das LGS in Matrixform darstellen

Das LGS mit drei Gleichungen und drei Unbekannten entspricht folgender Matrixgleichung:

$$A X = C \quad : \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 6.50 \\ y + 2z = 5.20 \\ 3x + 2y + z = 9.50 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6.5 \\ 5.2 \\ 9.5 \end{pmatrix}$$

$$A X = C, \quad A^{-1} A X = A^{-1} C, \quad X = A^{-1} C$$

Die Lösung dieser Matrixgleichung wird durch die inverse Matrix gewonnen.



Das erstellte Matrixgleichung nach  $X$  lösen

# Ein LGS mit Geogebra lösen

Input:  $A = \{\{1, 2, 1\}, \{0, 1, 2\}, \{3, 2, 1\}\}$

Input: **Determinant[A]**

Input: **Invert[A]**

Geogebra Output:

The screenshot shows the GeoGebra software interface. At the top, there is a menu bar with 'File', 'Edit', 'View', 'Options', 'Tools', 'Window', and 'Help'. Below the menu is a toolbar with various icons for drawing and editing. The main workspace is divided into two panes. The left pane, titled 'Free Objects', contains a list of objects:  $A = \{\{1, 2, 1\}, \{0, 1, 2\}, \{3, 2, 1\}\}$ . Below it, the 'Dependent Objects' pane lists:  $A_{inv} = \{\{-0.5, 0, 0.5\}, \{1, -0.33, -0.33\}, \{-0.5, 0.67, 0.17\}\}$ ,  $B = \{\{-3, 0, 3\}, \{6, -2, -2\}, \{-3, 4, 1\}\}$ , and  $Det_A = 6$ . The right pane shows a 2D coordinate system with x and y axes ranging from -1 to 2. At the bottom, there is an input field and a command bar with a dropdown menu.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 6 & -2 & -2 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \det A = 6, \quad B = \det A A^{-1}$$

# Ein LGS mit Geogebra lösen

Input:  $C = \{\{6.5\}, \{5.2\}, \{9.5\}\}$

Input:  $X = A_{\text{inv}} * C$

The screenshot shows the GeoGebra interface with the following objects listed:

- Free Objects:**
  - $A = \{\{1, 2, 1\}, \{0, 1, 2\}, \{3, 2, 1\}\}$
  - $C = \{\{6.5\}, \{5.2\}, \{9.5\}\}$
- Dependent Objects:**
  - $A_{\text{inv}} = \{\{-0.5, 0, 0.5\}, \{1, -0.33, -0.33\}, \{-0.5, 0.67, 0.17\}\}$
  - $B = \{\{-3, 0, 3\}, \{6, -2, -2\}, \{-3, 4, 1\}\}$
  - $\text{Det}_A = 6$
  - $X = \{\{1.5\}, \{1.6\}, \{1.8\}\}$  (highlighted in orange)

The input field at the bottom contains the command  $X = A_{\text{inv}} * C$ .

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.6 \\ 1.8 \end{pmatrix}$$