

x_1 - Goldmünzen, x_2 - Silbermünzen
 x_3 - echte Perlen, x_4 - falsche Perlen

$$\begin{cases}
 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2x_3 + 2 \cdot x_4 = 100 \\
 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 90 \\
 \quad + 2 \cdot x_2 + 3x_3 + 3 \cdot x_4 = 135 \\
 1 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 125
 \end{cases}$$

$$\vec{A} \vec{x} = \vec{b} \\
 \vec{x} = \vec{A}^{-1} \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix}
 2 & 1 & 2 & 2 \\
 2 & 2 & 2 & -2 \\
 0 & 2 & 3 & 3 \\
 1 & 3 & 1 & 1
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3 \\
 x_4
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 100 \\
 90 \\
 135 \\
 125
 \end{pmatrix}$$

Ein lineares Gleichungssystem erstellen und lösen



Beispiel 1: Pirat Klaus Störtebeker





Beispiel 1: Pirat

Klaus Störtebeker

1. Ein lineares Gleichungssystem erstellen und lösen

1.1. Pirat Klaus Störtebeker

Um 1400 war der Pirat Klaus Störtebeker auf der Nord- und Ostsee unterwegs und am plündern, bis er dann von den Hanse gefasst und in Hamburg geköpft wurde. Bei einer seiner Beutezüge kam er in Besitz einer Schatztruhe mit Gold-, Silbermünzen und Perlen die er verkaufen wollte. Von verschiedenen Schwarzmarkthändlern holte er sich Angebote ein. Als ordentlicher Pirat wollte Klaus natürlich auch ein wenig betrügen und gab ein paar täuschend echte Glasperlen mit bei. Jeder Händler war für sich am kalkulieren und gab dem Freibeuter nur das Gesamtangebot bekannt. Händler 1 war bereit pro Goldmünze 2 Taler, Silbermünze 1 Taler und Perle 2 Taler zu bezahlen. Sein Angebot lag bei insgesamt 100 Talern. Händler 2 wollte pro Goldmünze 2 und Silbermünze 2 Taler zahlen. Allerdings erkannte er den Perlenschwindel, war aber bereit pro Perle 2 Taler zu zahlen. Als Strafe zog er aber vom Gesamtbetrag pro falscher Perle wieder 2 Taler ab. Angebot: 90 Taler. Händler 3 hält fälschlicherweise die Goldmünzen für unecht und möchte dementsprechend Nichts dafür bezahlen. Die Silbermünzen sind ihm 2 Taler wert. Ansonsten braucht er dringend Perlen und ist bereit 3 Taler pro Stück zu zahlen. Angebot: 135 Taler. Händler 4 bietet 1, 3 und 1 Taler pro Gold-, Silbermünze und Perle. Angebot: 125 Taler.

Frage: Wie viel Goldmünzen, Silbermünzen, echte Perlen und falsche Perlen wollte der Pirat verkaufen?

vorgeschlagen von Sven Störtenbecker.



Die Schatztruhe des Piraten Störtebeker

Frage:

*Wie viel Goldmünzen, Silbermünzen,
echte Perlen und falsche Perlen wollte der Pirat verkaufen?*





Händler 1 war bereit pro Goldmünze 2 Taler, Silbermünze 1 Taler und Perle 2 Taler zu bezahlen. Sein Angebot lag bei insgesamt 100 Talern.

Händler 1



Händler 2

Händler 2 wollte pro Goldmünze 2 und Silbermünze 2 Taler zahlen. Allerdings erkannte er den Perlenschwindel, war aber bereit pro Perle 2 Taler zu zahlen. Als Strafe zog er aber vom Gesamtbetrag pro falscher Perle wieder 2 Taler ab. Angebot: 90 Taler.



Händler 3 hält fälschlicherweise die Goldmünzen für unecht und möchte dementsprechend Nichts dafür bezahlen. Die Silbermünzen sind ihm 2 Taler wert. Ansonsten braucht er dringend Perlen und ist bereit 3 Taler pro Stück zu zahlen. Angebot: 135 Taler.

Händler 3

Händler 4 bietet 1, 3 und 1 Taler pro Gold-, Silbermünze
und Perle. Angebot: 125 Taler.

Händler 4



x_1 - Goldmünzen, x_2 - Silbermünzen
 x_3 - echte Perlen, x_4 - falsche Perlen

$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 100 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 90 \\ \quad \quad 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 135 \\ 1x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 125 \end{cases}$$

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 135 \\ 125 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 100 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 90 \\ \quad \quad 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 135 \\ 1x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 125 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 135 \\ 125 \end{pmatrix}$$

x_1 - Goldmünzen, x_2 - Silbermünzen
 x_3 - echte Perlen, x_4 - falsche Perlen

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 135 \\ 125 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = A^{-1} \vec{b}$$

$$\vec{x} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 28 & 0 & -20 & 4 \\ -12 & 0 & 0 & 24 \\ -4 & 15 & 20 & -22 \\ 12 & -15 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 90 \\ 135 \\ 125 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}$$