

Mengenoperationen: Aufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie folgende Schnittmengen

$$A \cap B, \quad A \cap C, \quad B \cap C, \quad A \cap B \cap C$$

der Mengen A , B und C .

$$A = \{3, 5, 7, 9, 11\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}, \quad C = \{6, 7, 8, 9, 10\}$$

Aufgabe 2: Es sind die Mengen gegeben

$$M_1 = \{3, 4, 5\}, \quad M_2 = \{1, 3, 4\}, \quad M_3 = \{4, 5, 6, 8, 9\}, \quad M_4 = \{\emptyset\}$$

Bestimmen Sie folgende Schnittmengen:

$$a) M_1 \cap M_2, \quad b) M_2 \cap M_3, \quad c) M_1 \cap M_1$$

$$d) M_1 \cap M_4, \quad e) M_1 \cap M_3, \quad f) M_4 \cap M_3$$

Lösung 1:

$$A = \{3, 5, 7, 9, 11\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}, \quad C = \{6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7\} \quad A \cap C = \{7, 9\}, \quad B \cap C = \{6, 7\}$$

$$A \cap B \cap C = \{7\}$$

Lösung 2:

$$M_1 = \{3, 4, 5\}, \quad M_2 = \{1, 3, 4\}, \quad M_3 = \{4, 5, 6, 8, 9\}, \quad M_4 = \{\emptyset\}$$

$$a) M_1 \cap M_2 = \{3, 4\}, \quad b) M_2 \cap M_3 = \{4\}, \quad c) M_1 \cap M_1 = M_1$$

$$d) M_1 \cap M_4 = \{\emptyset\}, \quad e) M_1 \cap M_3 = \{4, 5\}, \quad f) M_4 \cap M_3 = \{\emptyset\}$$

Aufgabe 3: Es sind die Mengen gegeben:

$$M_1 = \{2, 4, 9\}, \quad M_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$M_3 = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge x < 10\}, \quad M_4 = \{\emptyset\}$$

Bestimmen Sie folgende Vereinigungsmengen:

$$a) M_1 \cup M_2, \quad b) M_2 \cup M_3, \quad c) M_4 \cup M_4$$

$$d) M_2 \cup M_4, \quad e) M_4 \cup M_1, \quad f) M_1 \cup M_3$$

Aufgabe 4: Es sind drei Mengen gegeben

$$M_1 = \{1, 2, 3\}, \quad M_2 = \{3, 7\}, \quad M_3 = \{4, 7\}$$

Bestimmen Sie folgende Mengen:

$$a) M_1 \setminus M_2, \quad b) M_2 \setminus M_1, \quad c) M_1 \setminus M_3$$

$$d) M_3 \setminus M_1, \quad e) M_2 \setminus M_3, \quad f) M_3 \setminus M_2$$

Mengenoperationen: Aufgabe 5

Aufgabe 5: Es sind die Mengen gegeben:

$$A = \{a, b, 3, 5, 7\}, \quad B = \{b, c, 3, 9, 12\}$$

$$C = \{a, b, c, x, y, 9\}, \quad D = \{12, x, y, z, x^2, y^3\}$$

Bestimmen Sie folgende Mengen:

$$A \cap B, \quad C \cap D, \quad A \cap B \cap C, \quad A \cup C, \quad B \cup C, \quad A \cup B \cup C,$$

$$A \setminus B, \quad C \setminus D, \quad (A \setminus D) \setminus C, \quad (D \setminus B) \setminus C$$

Lösung 3:

$$M_1 = \{2, 4, 9\}, \quad M_2 = \{1, 2, 3\}, \quad M_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad M_4 = \{\emptyset\}$$

$$a) M_1 \cup M_2 = \{1, 2, 3, 4, 9\}, \quad b) M_2 \cup M_3 = \{1, 2, 3, \dots, 9\} = M_3$$

$$c) M_4 \cup M_4 = M_4, \quad d) M_2 \cup M_4 = M_2, \quad e) M_4 \cup M_1 = M_1$$

$$f) M_1 \cup M_3 = M_3$$

Lösung 4:

$$a) M_1 \setminus M_2 = \{1, 2\}, \quad b) M_2 \setminus M_1 = \{7\}, \quad c) M_1 \setminus M_3 = M_1$$

$$d) M_3 \setminus M_1 = M_3, \quad e) M_2 \setminus M_3 = \{3\}, \quad f) M_3 \setminus M_2 = \{4\}$$

Mengenoperationen: Lösung 5

$$A = \{a, b, 3, 5, 7\}, \quad B = \{b, c, 3, 9, 12\}$$

$$C = \{a, b, c, x, y, 9\}, \quad D = \{12, x, y, z, x^2, y^3\}$$

$$A \cap B = \{b, 3\}, \quad C \cap D = \{x, y\}, \quad A \cap B \cap C = \{b\},$$

$$A \cup C = \{3, 5, 7, 9, a, b, c, x, y\}, \quad B \cup C = \{3, 9, 12, a, b, c, x, y\}$$

$$A \cup B \cup C = \{3, 5, 7, 9, 12, a, b, c, x, y\},$$

$$A \setminus B = \{a, 5, 7\}, \quad C \setminus D = \{a, b, c, 9\}$$

$$(A \setminus D) \setminus C = A \setminus C = \{3, 5, 7\}, \quad A \cap D = \emptyset$$

$$(D \setminus B) \setminus C = \{z, x^2, y^3\}$$

Mengenoperationen: Aufgabe 6

Bestimmen Sie die folgenden Zahlenmengen

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \setminus B, \quad B \setminus A$$

und skizzieren Sie sie auf der Zahlengeraden:

$$a) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad 0 < x < 2 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad 1 \leq x \leq 3 \}$$

$$b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad -2 < x \leq 2 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad 2 \leq x < 5 \}$$

$$c) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad -3 < x < 0 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq x \leq 3 \}$$

$$d) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad \frac{x^2}{2} - 2 < 0 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad x^2 - 3x \leq 0 \}$$

Mengenoperationen: Lösung 6a

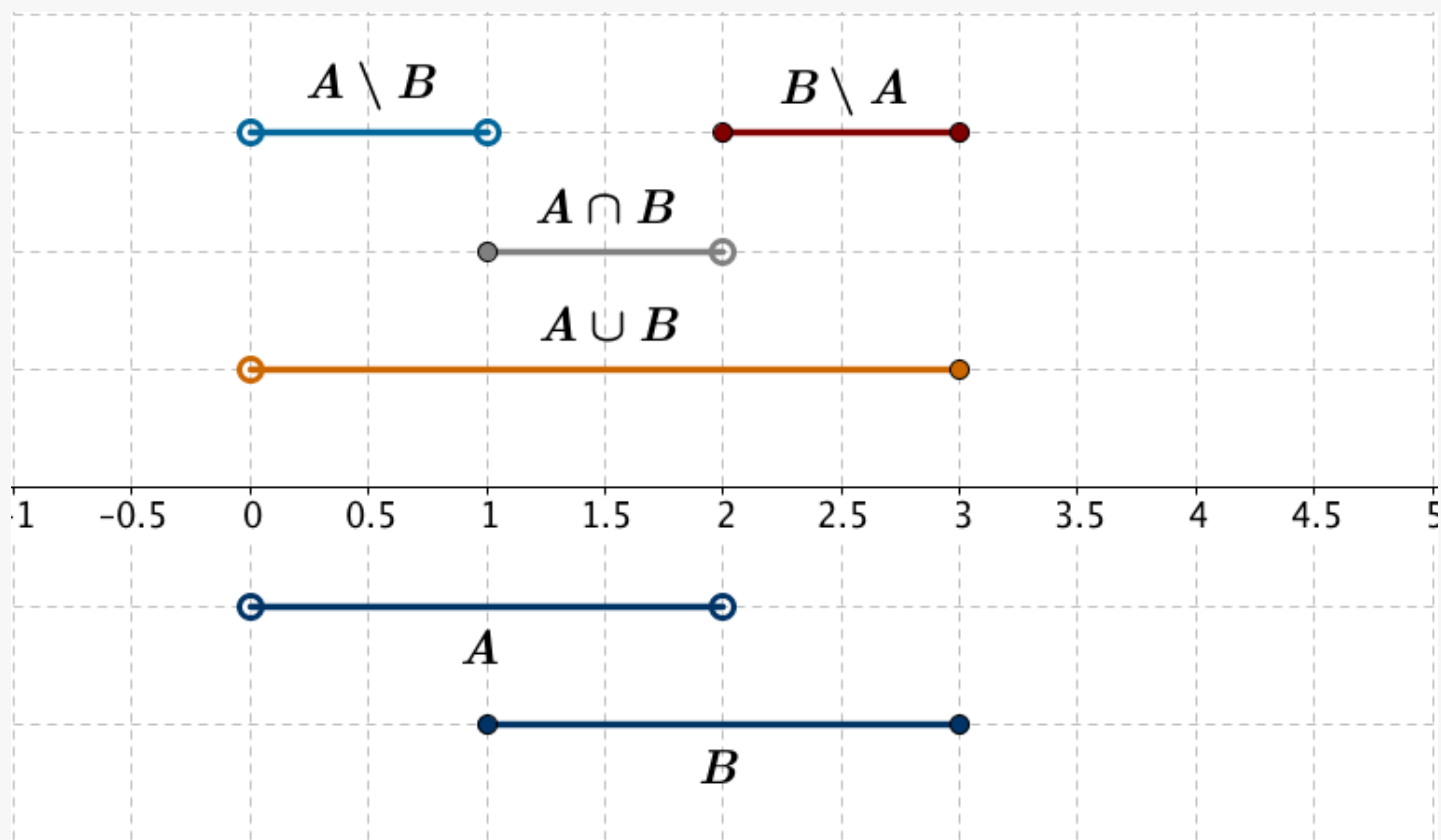


Abb. 6a: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe 5a

$$A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, 0 < x < 2 \}, \quad A = (0, 2)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 3 \}, \quad B = [1, 3]$$

$$A \cup B = (0, 3], \quad A \cap B = [1, 2), \quad A \setminus B = (0, 1), \quad B \setminus A = [2, 3]$$

$$b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 2 \}, \quad A = (-2, 2]$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 5 \}, \quad B = [2, 5)$$

$$A \cup B = (-2, 5), \quad A \cap B = \{ 2 \}, \quad A \setminus B = (-2, 2), \quad B \setminus A = (2, 5)$$

$$c) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, -3 < x < 0 \}, \quad A = (-3, 0)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 3 \}, \quad B = [0, 3]$$

$$A \cup B = (-3, 3], \quad A \cap B = \{ \emptyset \}, \quad A \setminus B = A, \quad B \setminus A = B$$

Die Mengen A und B sind disjunkt.

Mengenoperationen: Lösung 6 d

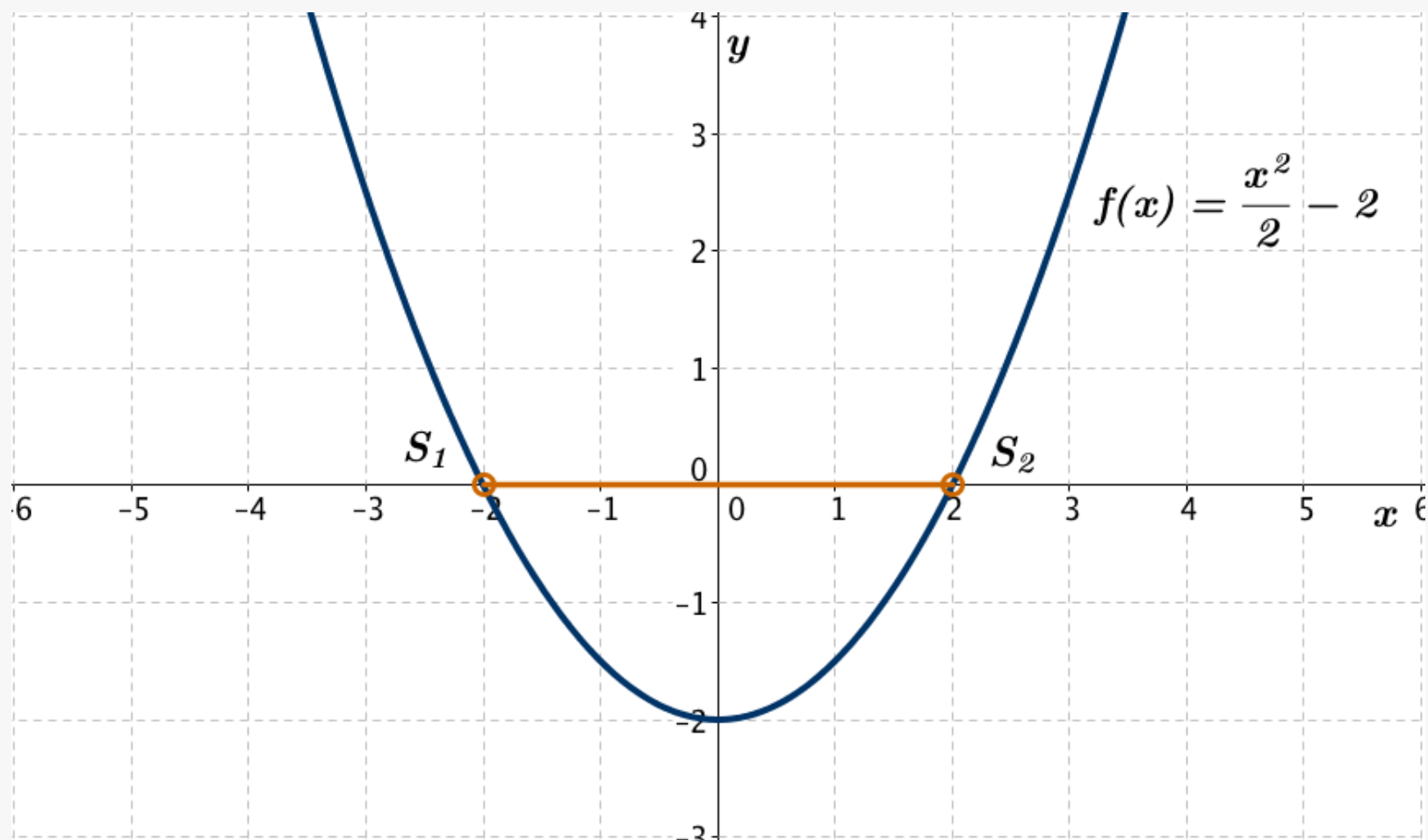


Abb. 6d-1: Graphische Darstellung der Menge A als ein offenes Intervall zwischen den Schnittpunkten der quadratischen Funktion $y = f(x)$ und der x -Achse

$$A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad \frac{x^2}{2} - 2 < 0 \right\}, \quad A = (-2, 2)$$
$$\frac{x^2}{2} - 2 = 0, \quad x^2 = 4, \quad x = \pm 2, \quad S_1 = (-2, 0), \quad S_2 = (2, 0)$$

Mengenoperationen: Lösung 6d

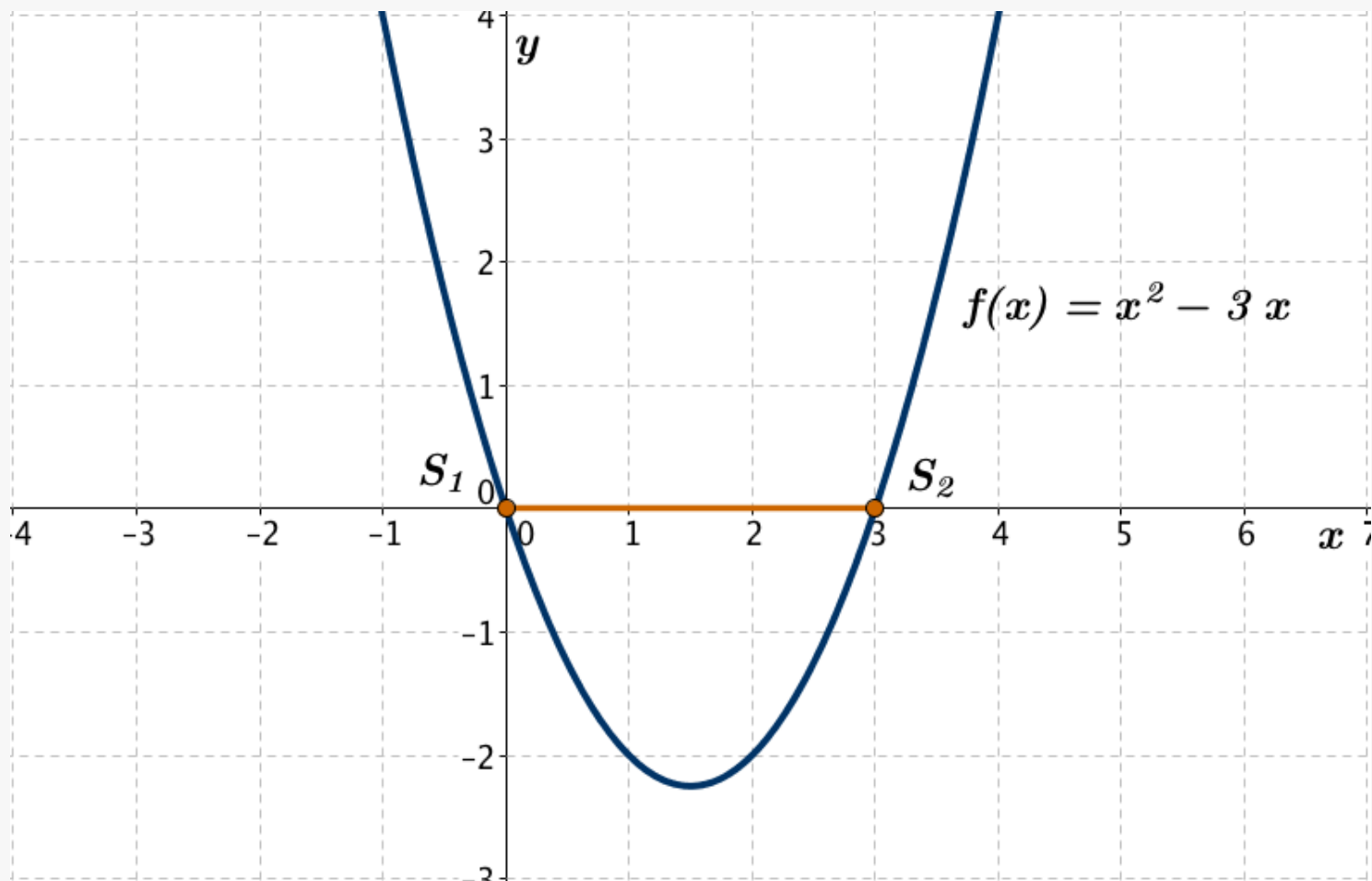


Abb. 6d-2: Graphische Darstellung der Menge A als ein geschlossenes Intervall zwischen den Schnittpunkten der quadratischen Funktion $y = f(x)$ und der x -Achse

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad x^2 - 3x \leq 0 \}, \quad B = [0, 3]$$

$$x^2 - 3x = 0, \quad x(x - 3) = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad S_1 = (0, 0), \quad S_2 = (3, 0)$$

$$A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{x^2}{2} - 2 < 0 \right\}, \quad A = (-2, 2)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x \leq 0 \}, \quad B = [0, 3]$$

$$A \cup B = (-2, 3], \quad A \cap B = [0, 2), \quad A \setminus B = (-2, 0), \quad B \setminus A = [2, 3]$$

Mengenoperationen: Aufgabe 7

Bestimmen Sie die folgenden Zahlenmengen

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \setminus B, \quad B \setminus A$$

$$a) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad |x| < 3 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad x \geq 1 \}$$

$$b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad |x| \geq 2 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad x \geq 4 \}$$

$$c) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad |x| \geq 4 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, \quad |x| \leq 4 \}$$

$$a) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \}, \quad A = (-3, 3)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 1 \}, \quad B = [1, \infty)$$

$$A \cup B = (-3, +\infty), \quad A \cap B = [1, 3), \quad A \setminus B = (-3, 1), \quad B \setminus A = [3, \infty)$$

$$b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq 2 \}, \quad A = (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 4 \}, \quad B = [4, \infty)$$

Die Menge B ist eine echte Teilmenge der Menge A .

$$A \cup B = A, \quad A \cap B = B, \quad A \setminus B = (-\infty, -2] \cup [2, 4), \quad B \setminus A = \{ \emptyset \}$$

$$c) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq 4 \}, \quad A = (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \leq 4 \}, \quad B = [-4, 4]$$

$$A \cup B = \mathbb{R}, \quad A \cap B = [-4, 4], \quad A \setminus B = (-\infty, -4) \cup (4, \infty), \quad B \setminus A = (-4, 4)$$

Mengenoperationen: Aufgaben 8, 9

Aufgabe 8: Bestimmen Sie die folgenden Zahlenmengen

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \setminus B, \quad B \setminus A$$

$$a) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - 4x < 0 \}, \quad B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, -x^2 + 4 \geq 0 \}$$

$$b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x > 0 \}, \quad B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - 9 \geq 0 \}$$

Aufgabe 9: Bestimmen Sie die folgenden Zahlenmengen

$$A \cup B \cup C, \quad (A \setminus B) \cap B, \quad (A \setminus C) \cup B, \quad (B \setminus C) \cap A$$

$$a) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < 5 \} \quad b) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq 2 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \} \quad B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x < -1 \}$$

$$C = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x > 4 \} \quad C = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - 9 = 0 \}$$

$$c) A = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq 4 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \leq 4 \}$$

$$C = \{ x \mid x \in \mathbb{R}, x(x^2 - 4) = 0 \}$$