

Darstellung eines Vektors in der Ebene

Darstellung eines Vektors in der Ebene

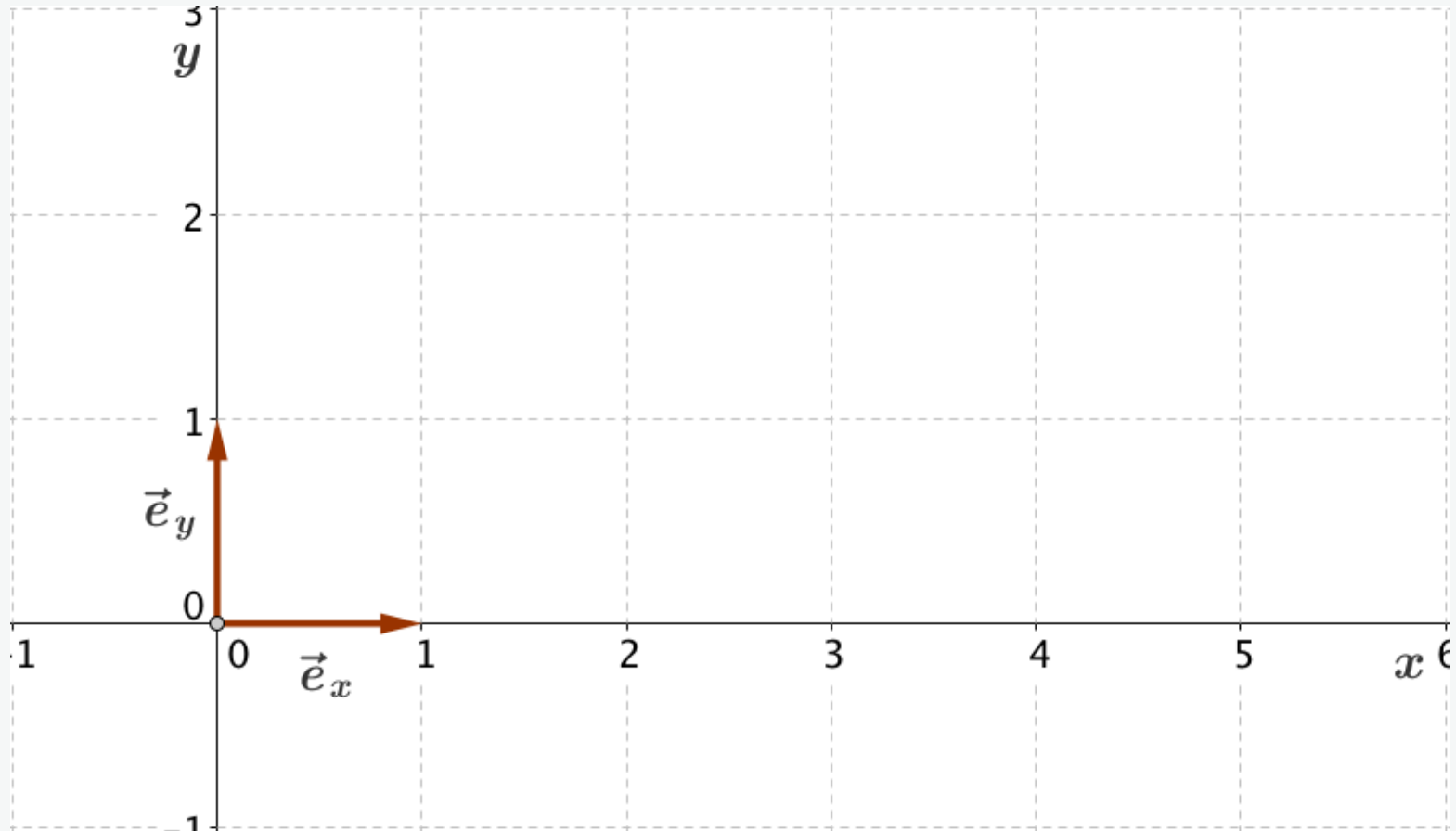


Abb. 1-1: Darstellung eines Vektors im Kartesischen 2D-Koordinatensystem

Besonders anschaulich ist die Darstellung eines Vektors in der Ebene, im Kartesischen Koordinatensystem. Das Koordinatensystem legen wir durch zwei aufeinander senkrecht stehende Einheitsvektoren

$$\vec{e}_x, \quad \vec{e}_y$$

fest, die wir als Basisvektoren bezeichnen.

Darstellung eines Vektors in der Ebene

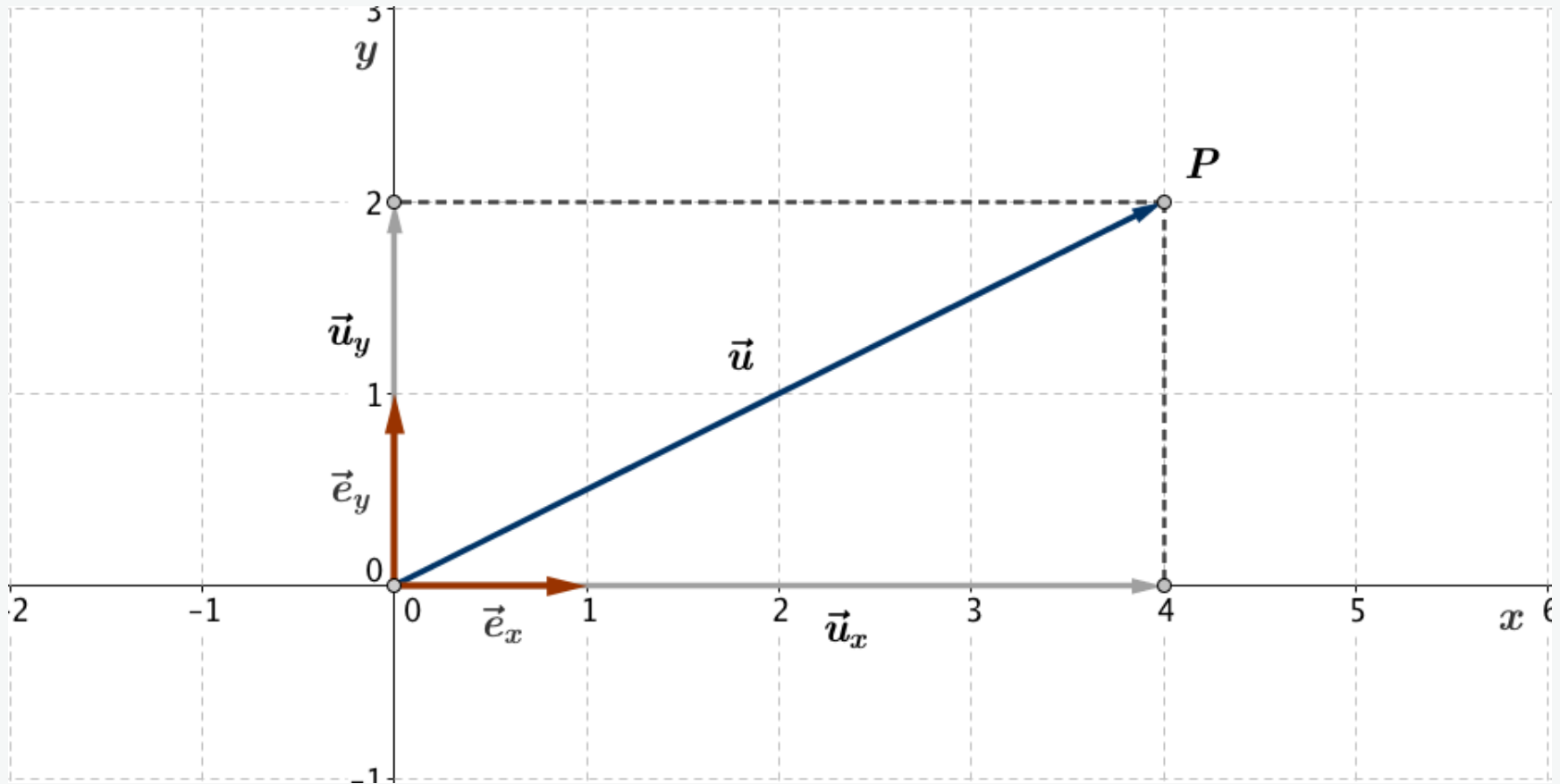


Abb. 1-2: Darstellung eines Vektors im Kartesischen 2D-Koordinatensystem

$$\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y, \quad \vec{u}_x = u_x \vec{e}_x, \quad \vec{u}_y = u_y \vec{e}_y$$

\vec{u}_x, \vec{u}_y - sind Vektorkomponenten von \mathbf{u}

u_x, u_y - sind Vektorkoordinaten von \mathbf{u}

$$\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y = u_x \vec{e}_x + u_y \vec{e}_y = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Komponentendarstellung eines Vektors

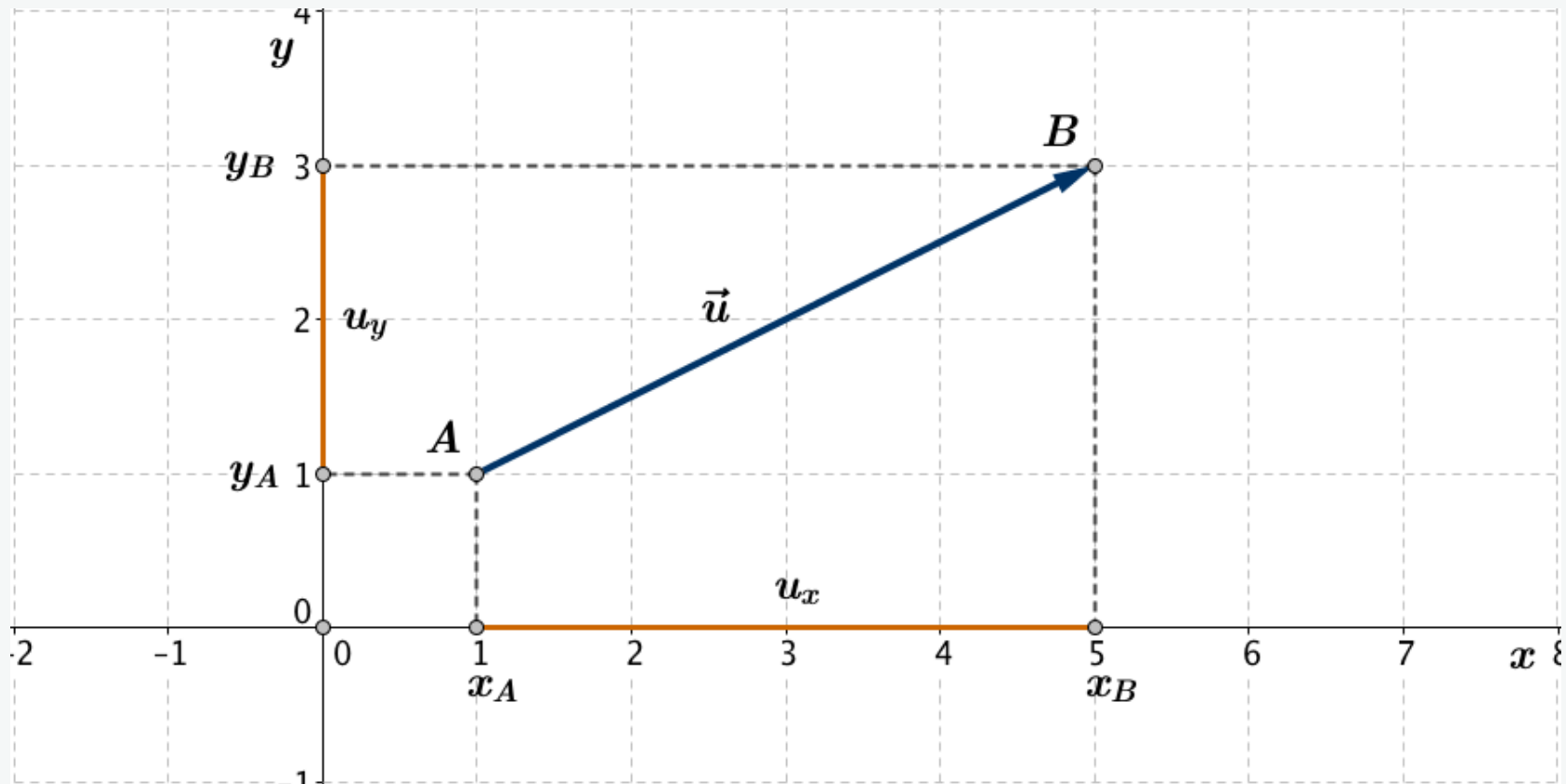


Abb. 1-3: Komponentendarstellung eines Vektors durch zwei Punkte

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{e}_x + (y_B - y_A)\vec{e}_y = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$A = (x_A, y_A), \quad B = (x_B, y_B)$$

A ist der Anfangspunkt des Vektors \mathbf{u}

B ist der Endpunkt des Vektors \mathbf{u}

Ortsvektors eines Punktes

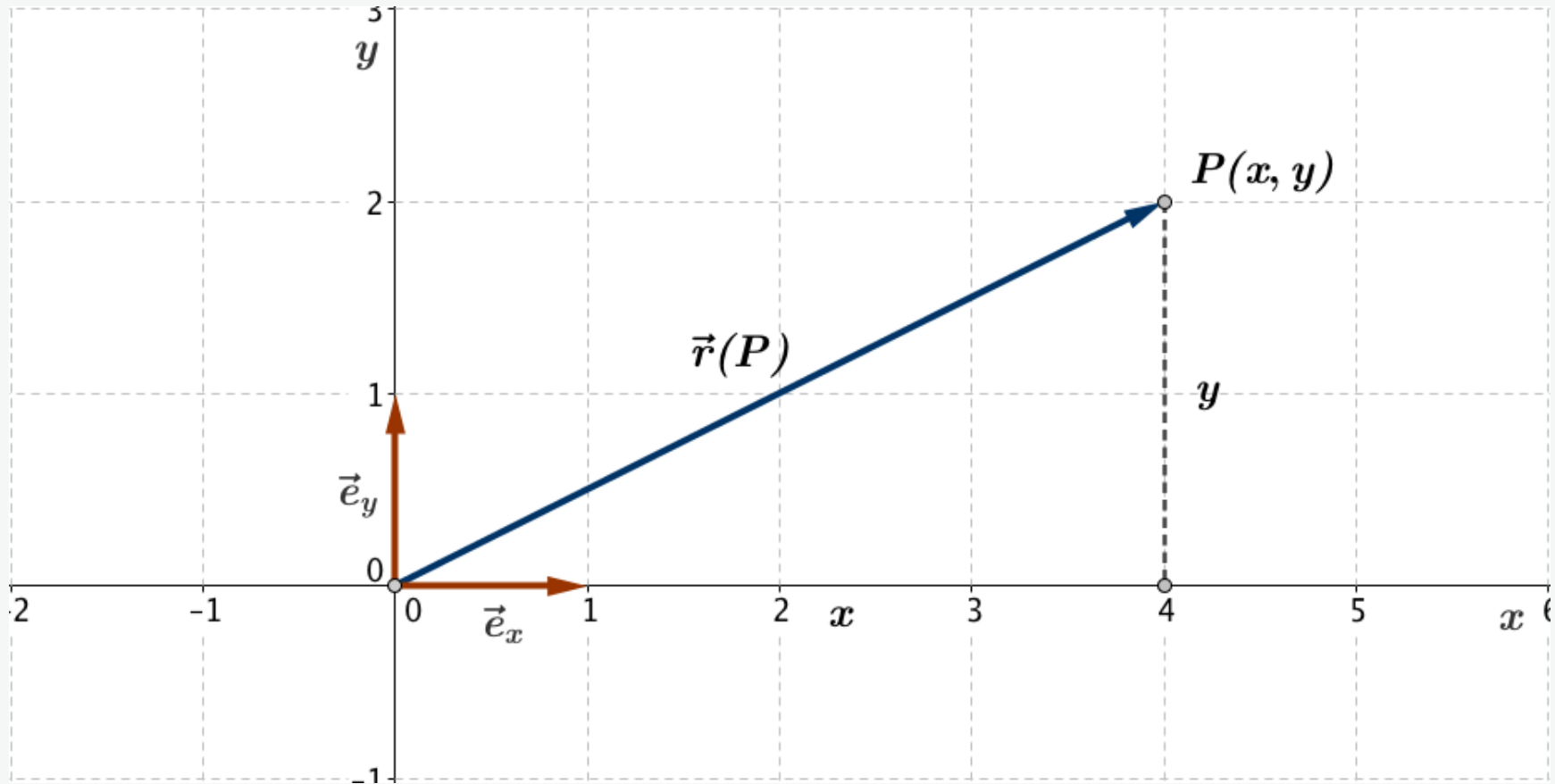


Abb. 1-4: Ortsvektors eines Punktes

Der vom Koordinatenursprung zum Punkt $P = (x, y)$ führende Ortsvektor $\mathbf{r}(P) = \mathbf{OP}$ besitzt die Komponentendarstellung

$$\vec{r}(P) = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Betrag eines Vektors

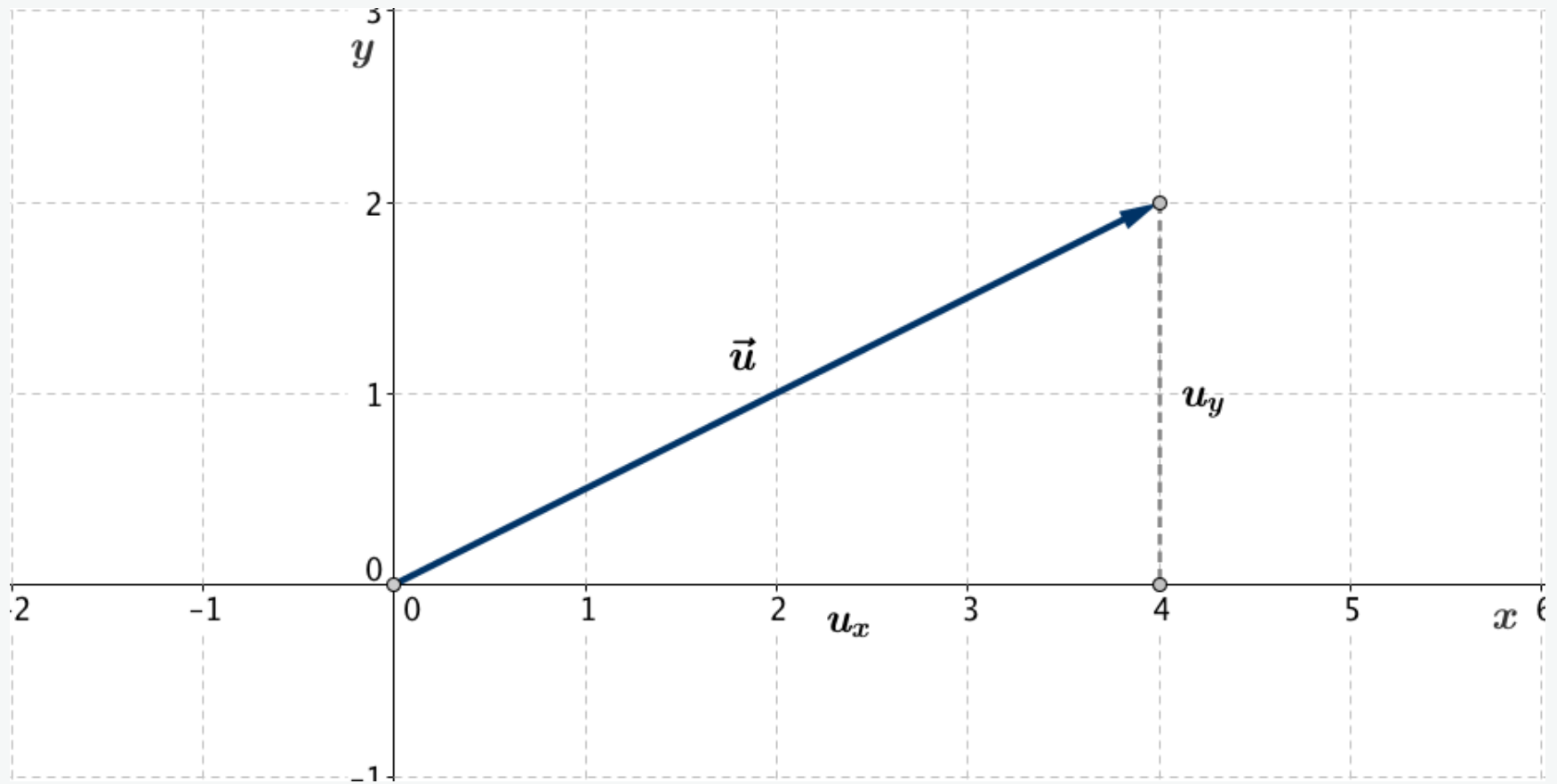


Abb. 1-5: Zum Begriff des Betrags eines Vektors

$$|\vec{u}| = u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

Vektorkoordinaten: Aufgabe 1

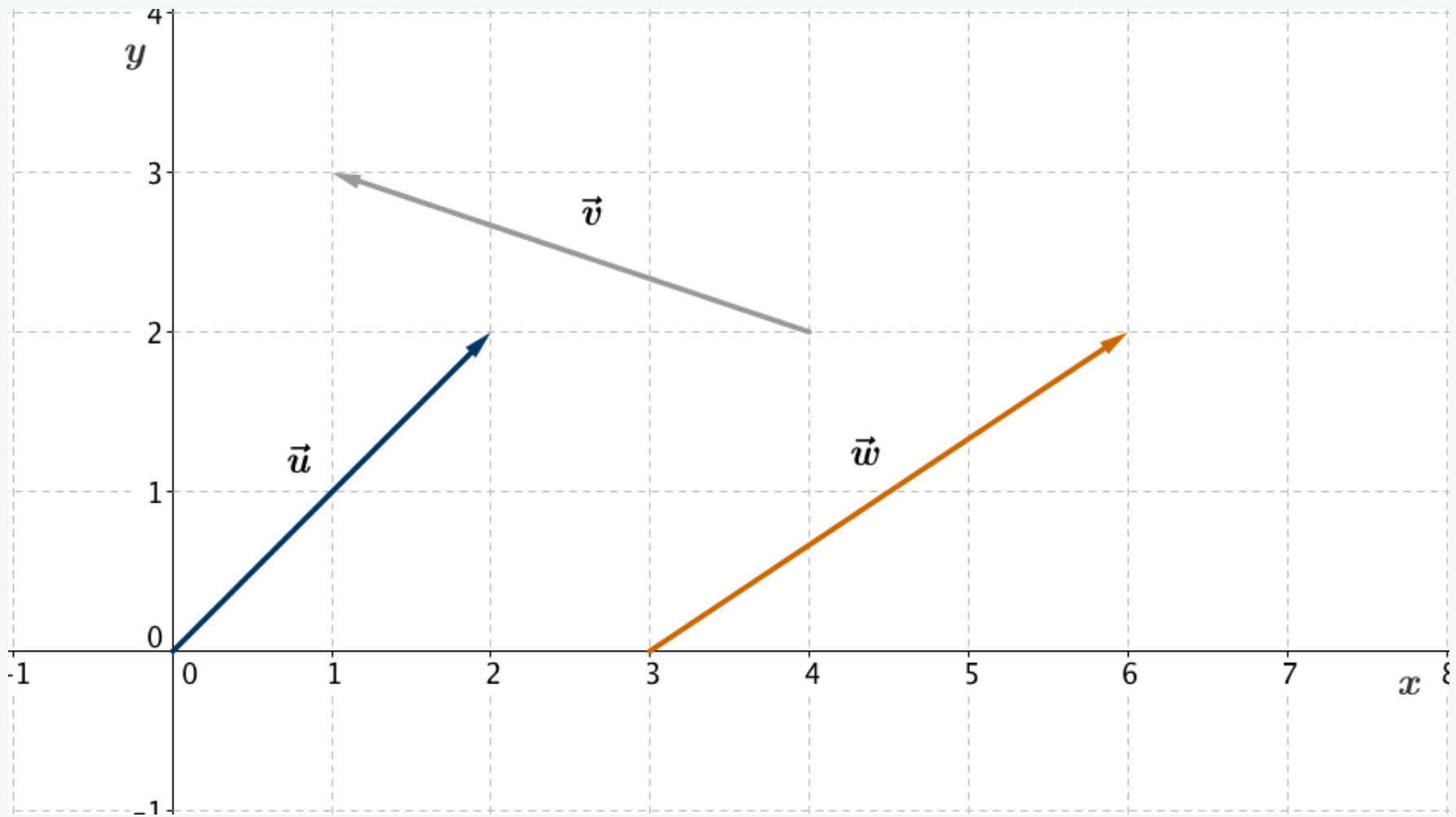


Abb. 1-1: Vektoren \mathbf{u} , \mathbf{v} und \mathbf{w}

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Koordinaten der Vektoren \mathbf{u} , \mathbf{v} und \mathbf{w} .

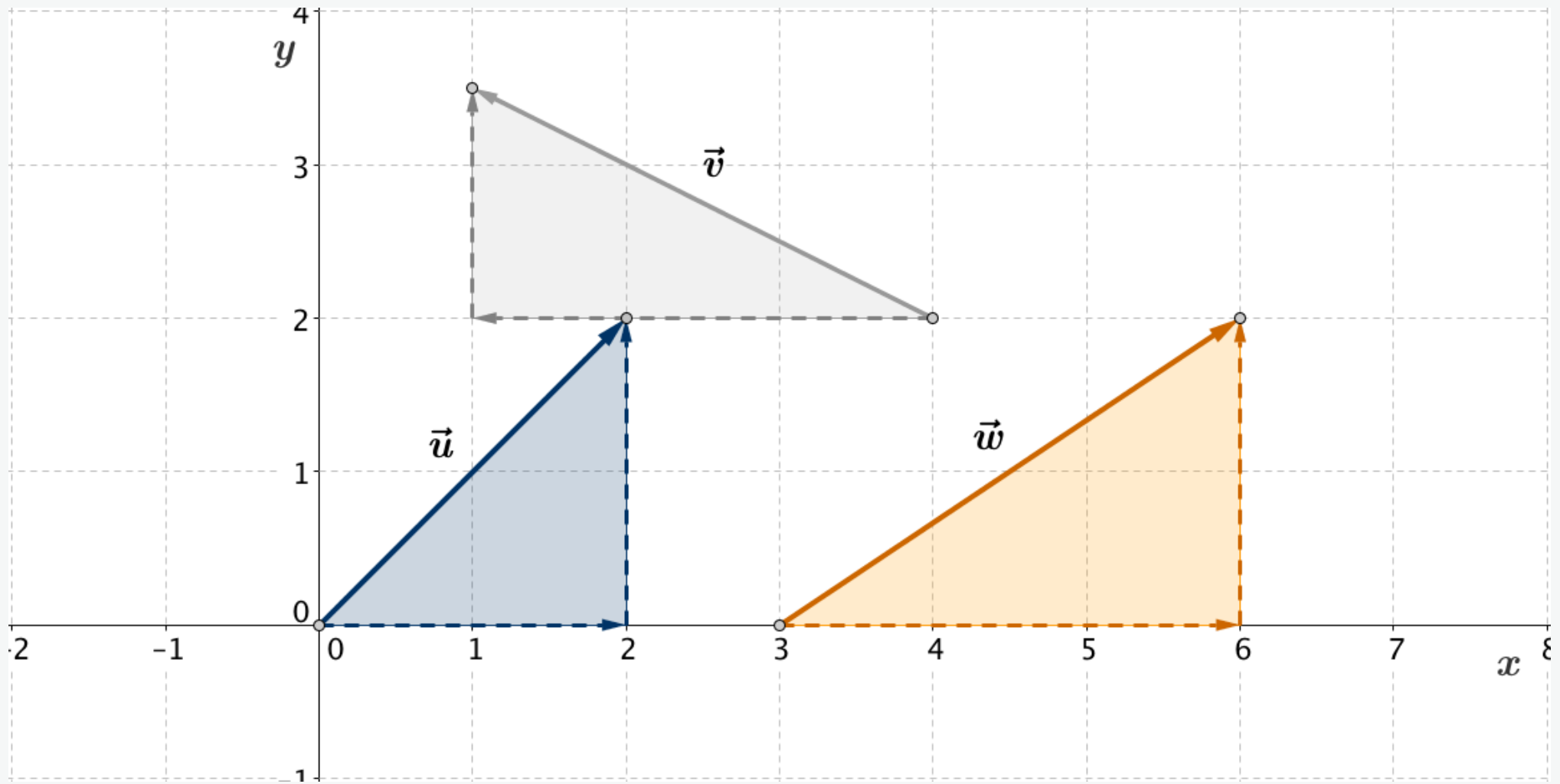


Abb. 1-2: Vektoren u , v und w

$$\vec{u} = (2, 2), \quad \vec{v} = (-3, 1.5), \quad \vec{w} = (3, 2)$$

Vektorkoordinaten: Lösung 1

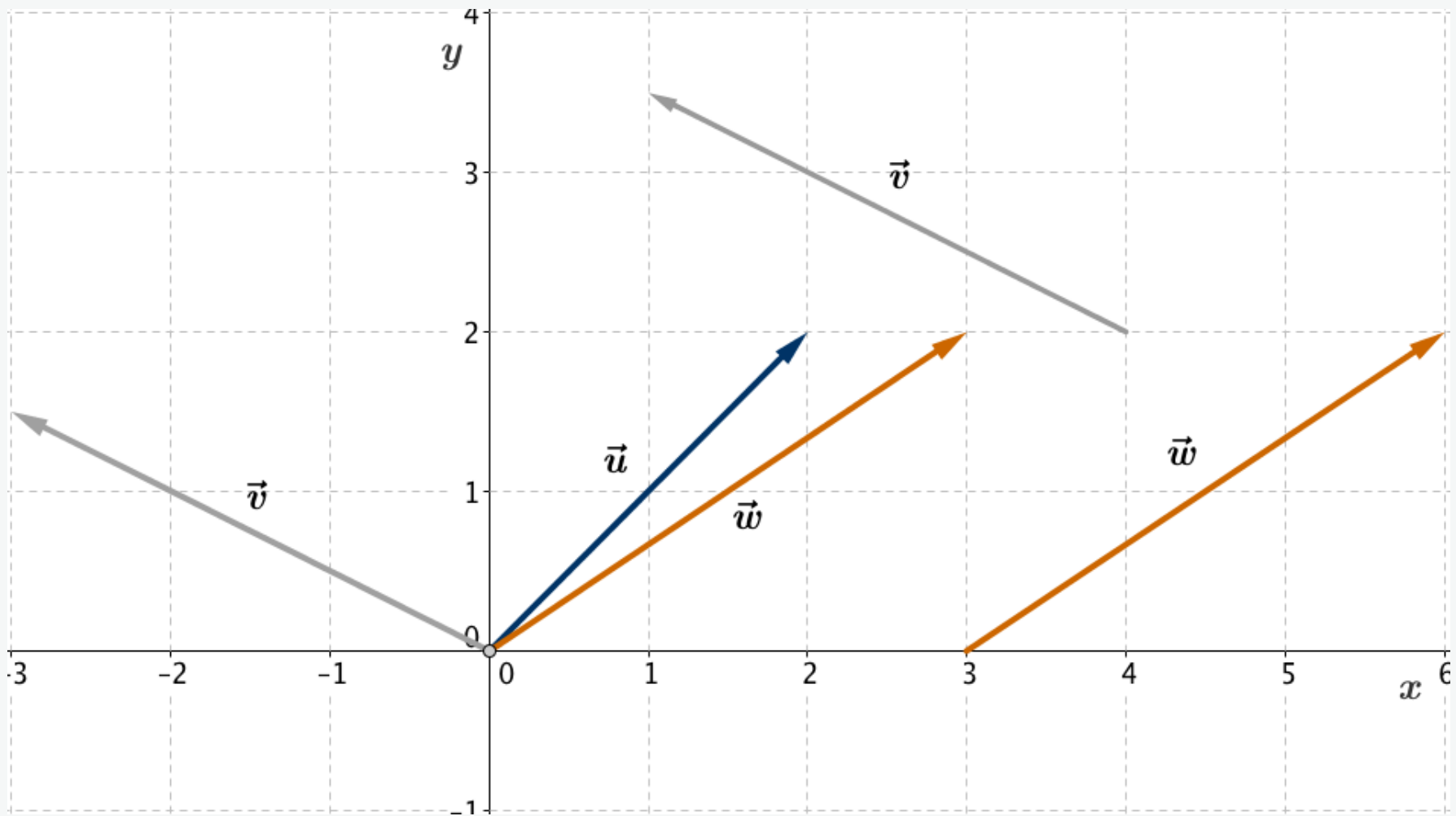


Abb. 1-3: Vektoren \mathbf{u} , \mathbf{v} und \mathbf{w}

$$\vec{u} = (2, 2), \quad \vec{v} = (-3, 1.5), \quad \vec{w} = (3, 2)$$

Vektorkoordinaten: Aufgabe 2

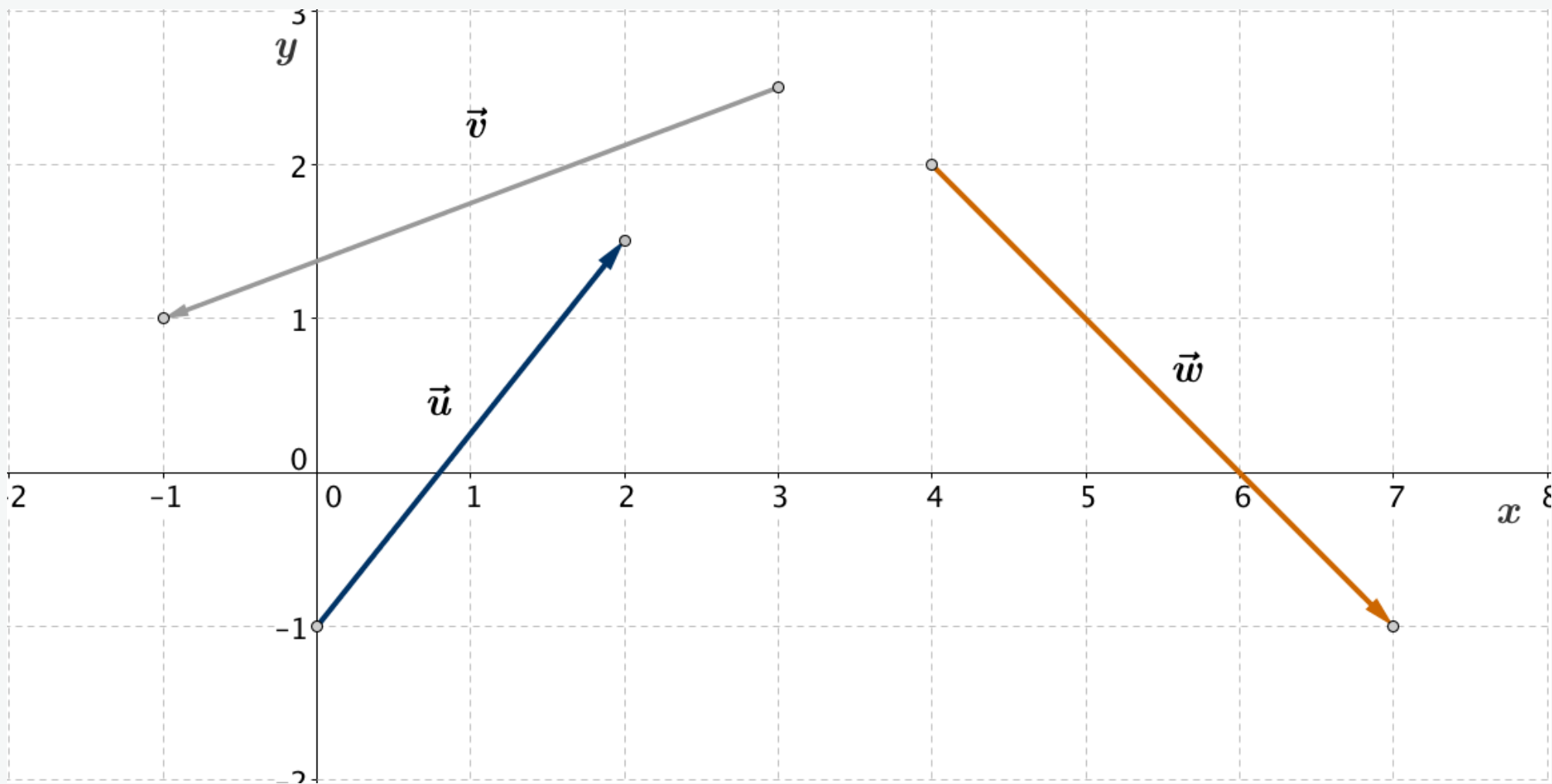


Abb. 2-1: Vektoren u , v und w

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Koordinaten der Vektoren u , v und w .

Vektorkoordinaten: Lösung 2

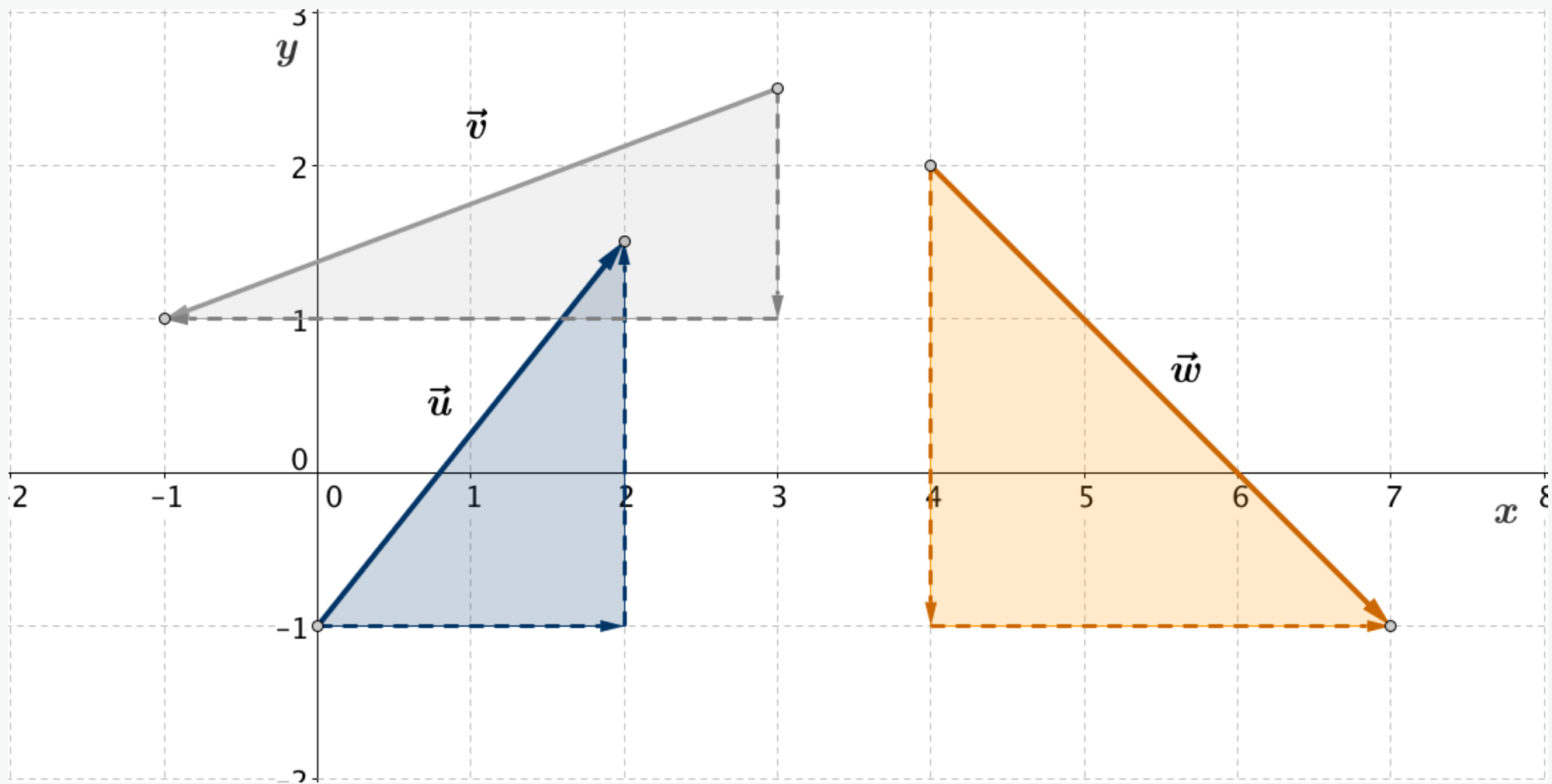


Abb. 2-2: Vektoren u , v und w

$$\vec{u} = (2, 2.5), \quad \vec{v} = (-4, -1.5), \quad \vec{w} = (3, -3)$$

Vektorkoordinaten: Lösung 2

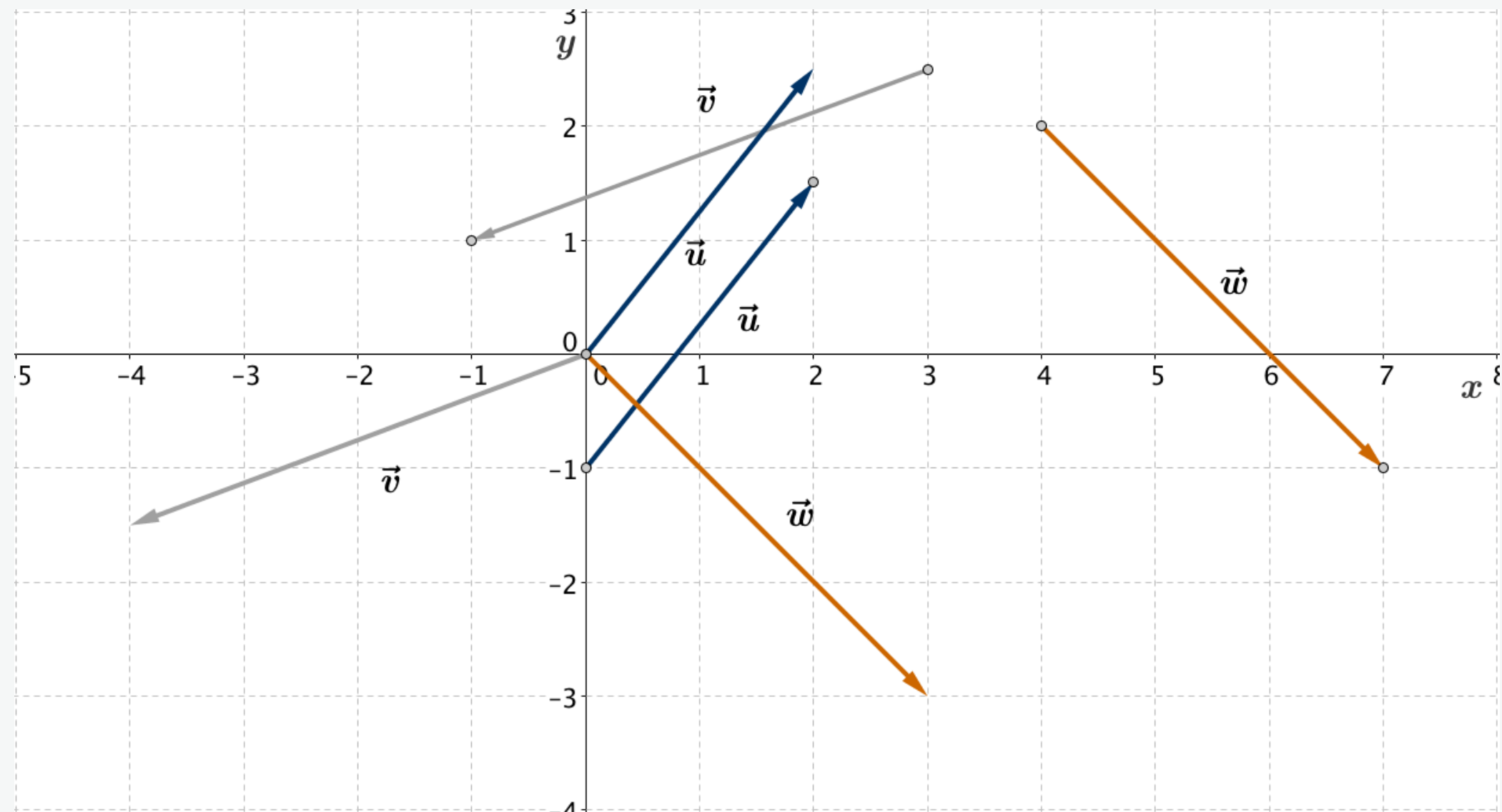


Abb. 2-3: Vektoren \vec{u} , \vec{v} und \vec{w}

$$\vec{u} = (2, 2.5), \quad \vec{v} = (-4, -1.5), \quad \vec{w} = (3, -3)$$

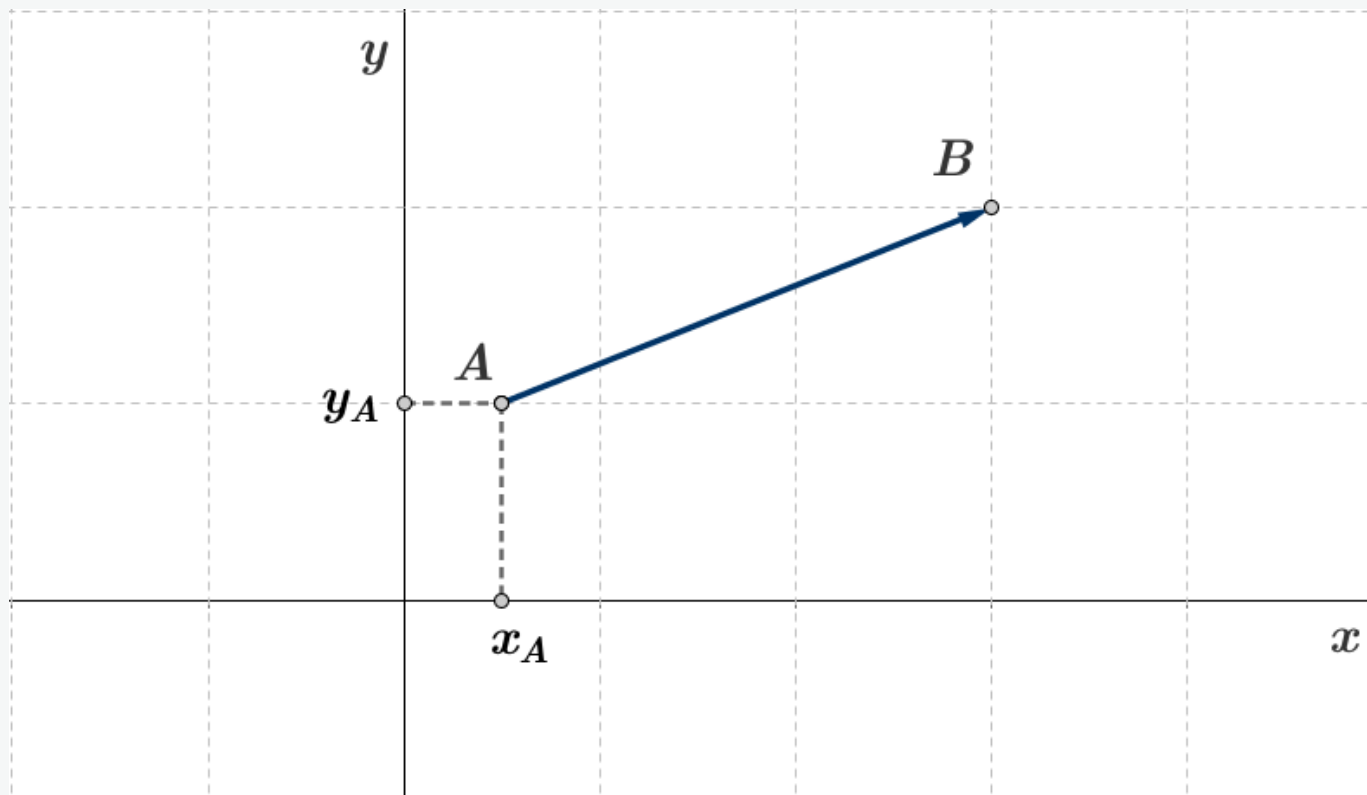


Abb. 3-A: Darstellung der Aufgabe

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die x -Koordinate des Endpunktes B des Vektors \vec{AB} , wenn die Koordinaten des Anfangspunktes A bekannt sind.

a) $\vec{AB} = (3, 1), \quad A = (1, 2)$

b) $\vec{AB} = (6, 2), \quad A = (-2, 1)$

c) $\vec{AB} = (-4, 2), \quad A = (3, 1)$

Vektorkoordinaten: Lösung 3a

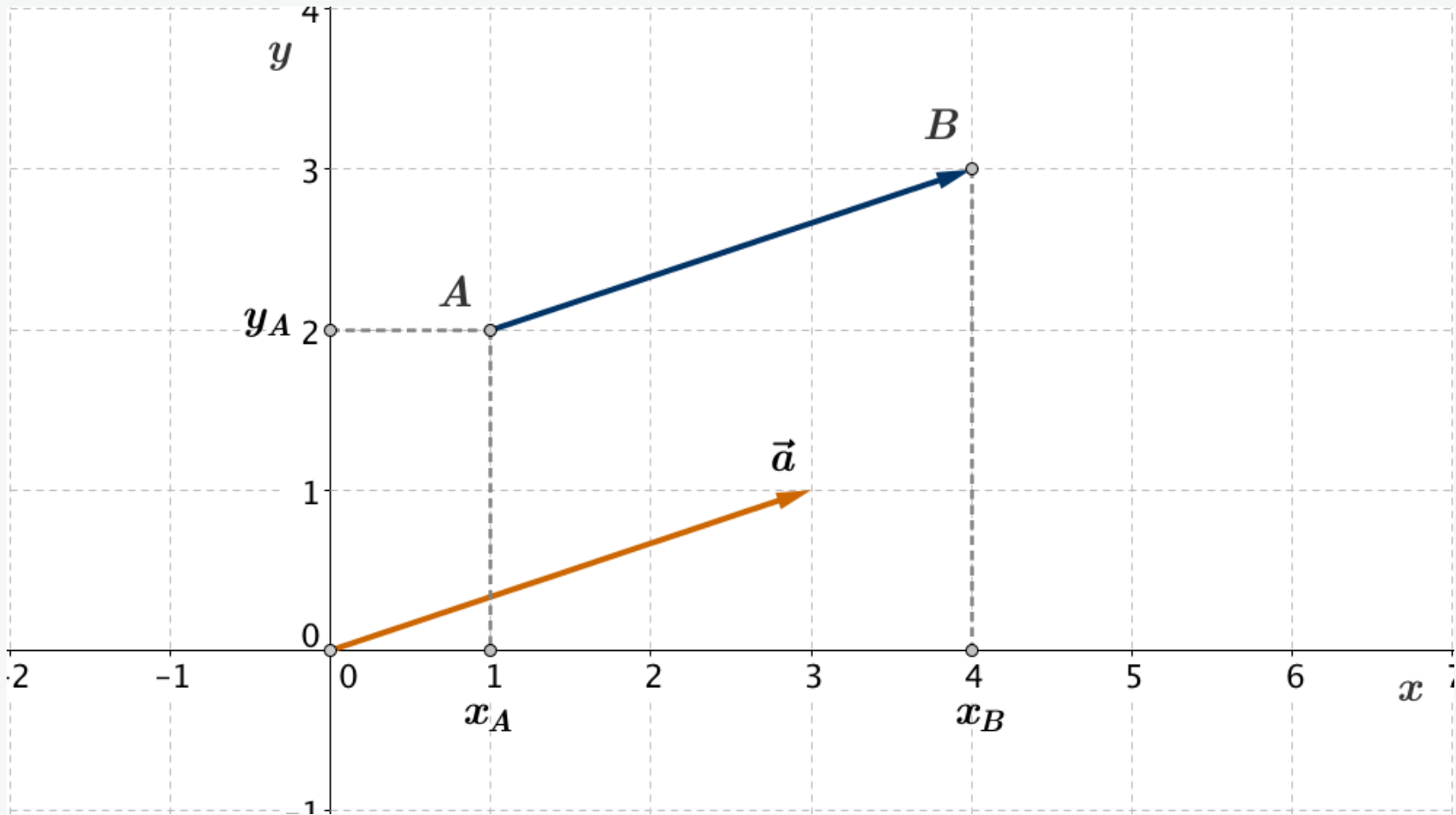


Abb. 3a-L: Graphische Darstellung der Lösung, $\vec{AB} = \vec{a}$

$$\vec{AB} = (3, 1), \quad A = (x_A, y_A) = (1, 2)$$

$$x_B = x_A + x_{\vec{AB}} = 1 + 3 = 4$$

Vektorkoordinaten: Lösung 3b

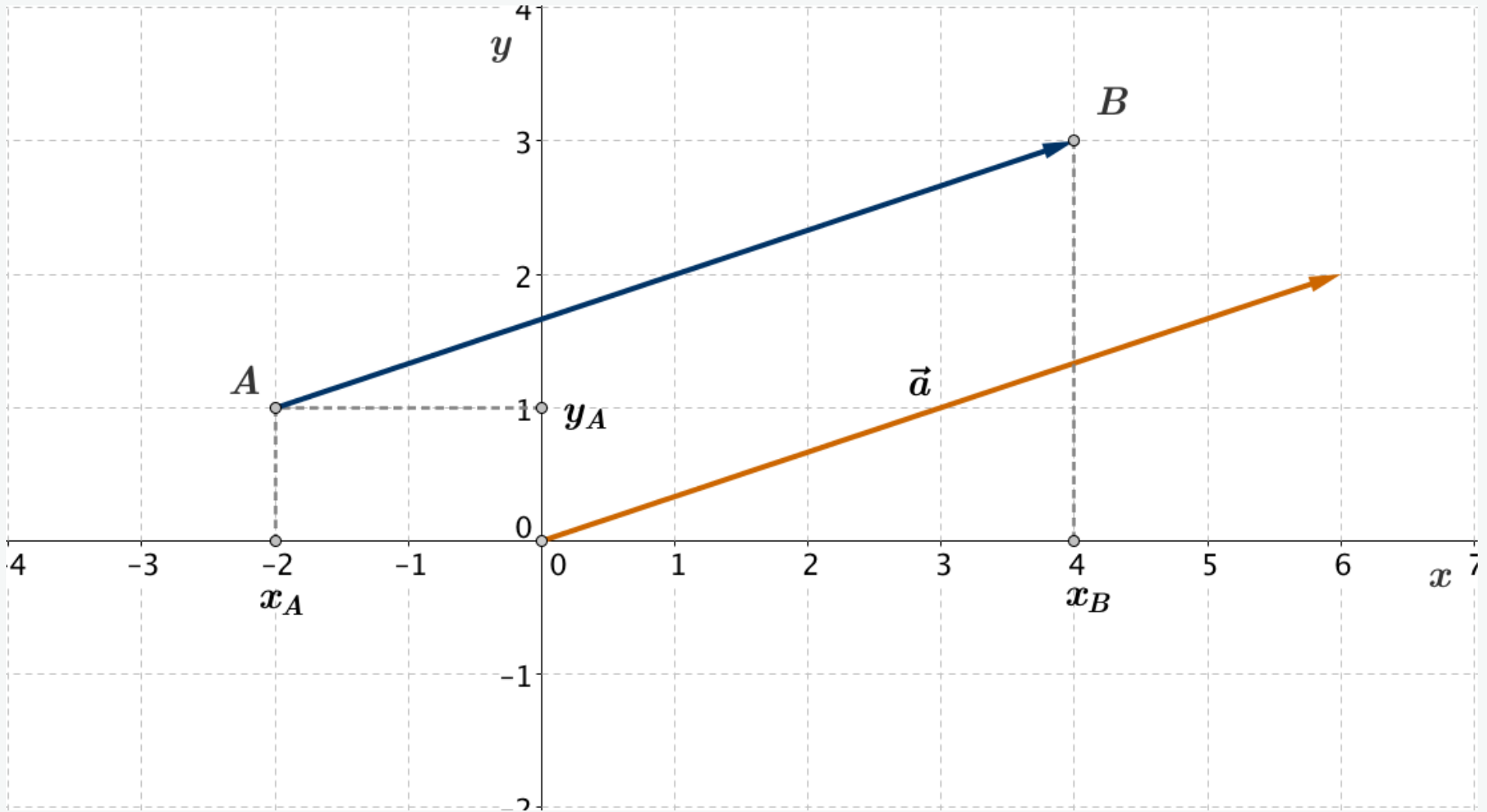


Abb. 3b-L: Graphische Darstellung der Lösung, $\vec{AB} = \vec{a}$

$$\vec{AB} = (6, 2), \quad A = (x_A, y_A) = (-2, 1)$$

$$x_B = x_A + x_{\vec{AB}} = -2 + 6 = 4$$

Vektorkoordinaten: Lösung 3c

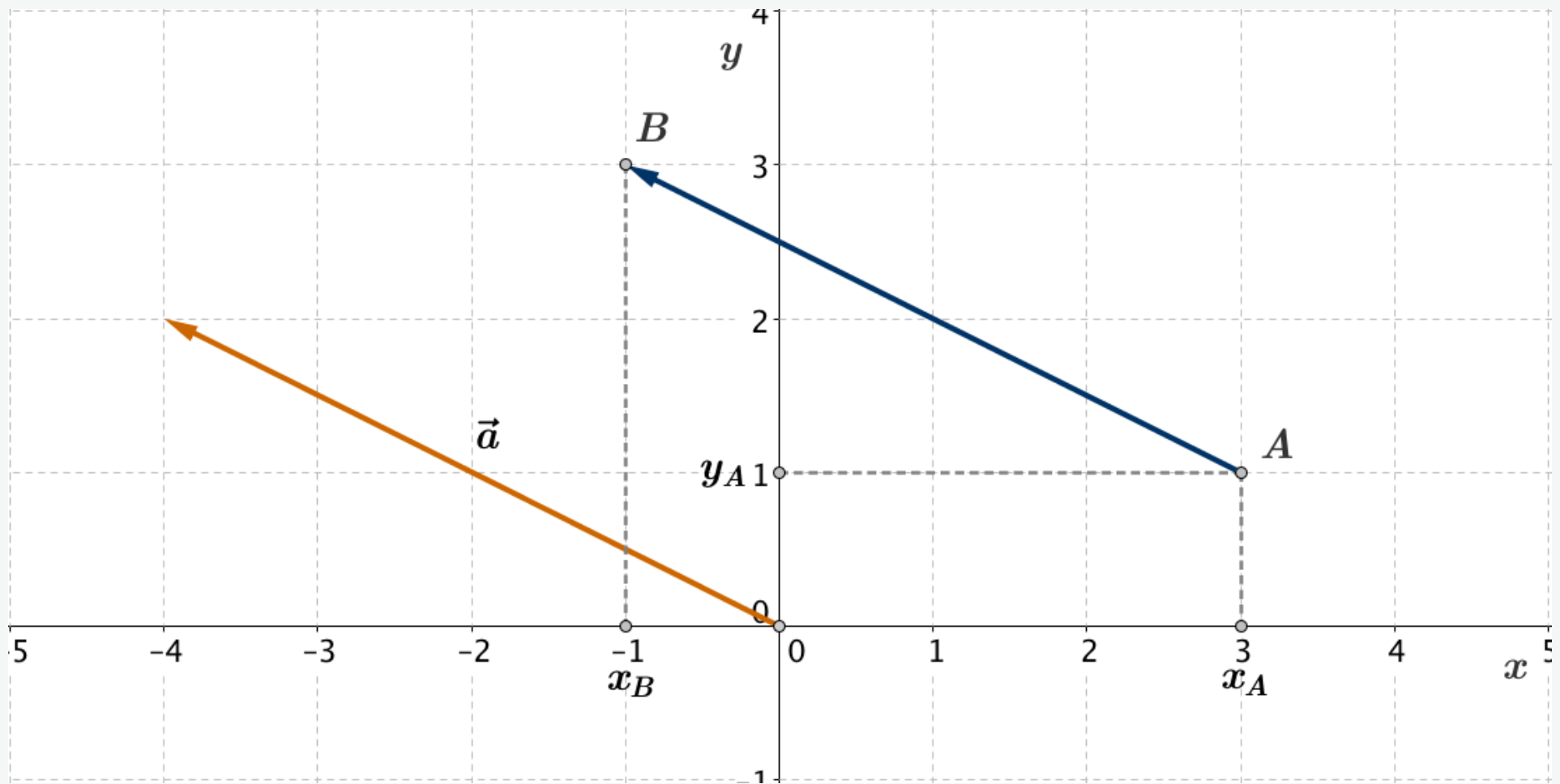


Abb. 3c-L: Graphische Darstellung der Lösung, $\vec{AB} = \vec{a}$

$$\vec{AB} = (-4, 2), \quad A = (x_A, y_A) = (3, 1)$$

$$x_B = x_A + x_{\vec{AB}} = 3 - 4 = -1$$