



Elementare Vektoroperationen: Aufgaben



Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei Kräfte

$$\vec{F}_1: |\vec{F}_1| = 5 \text{ N}, \quad \vec{F}_2: |\vec{F}_2| = 3 \text{ N}$$

Sie schließen miteinander einen Winkel $\alpha = 60^\circ$ ein. Wie groß ist die resultierende Kraft \mathbf{F} , und welchen Winkel bildet sie mit diesen Kräften?

Elementare Vektoroperationen: Lösung 1

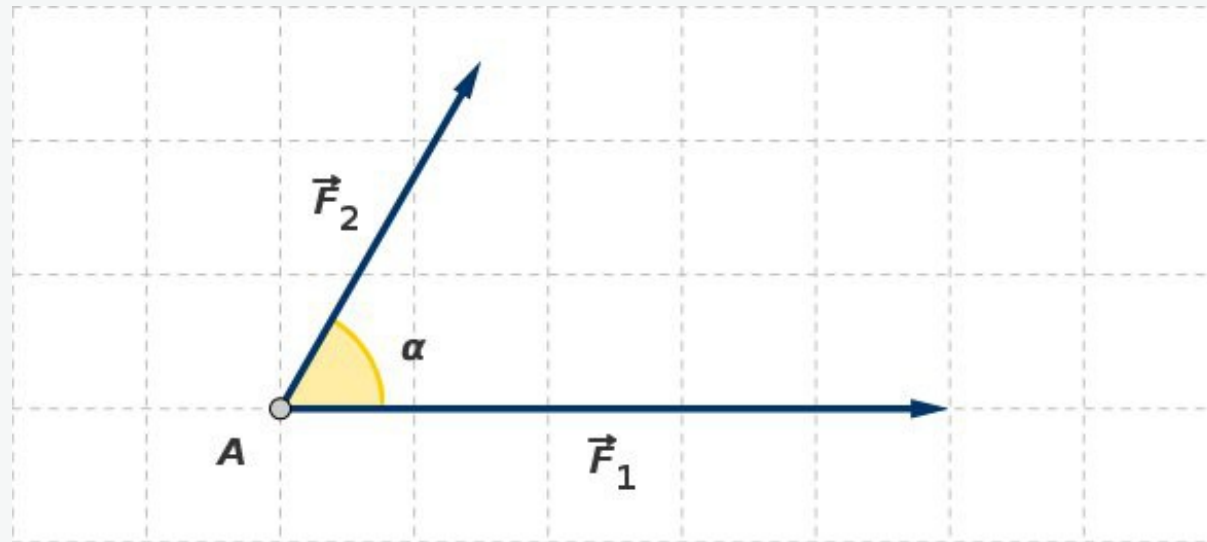


Abb. L1a: Die Darstellung der Aufgabe 1

Durch die beiden Kraftvektoren wird eine Ebene aufgespannt, die als Bezugsebene für die weiteren Überlegungen betrachtet wird. Der Punkt A ist der gemeinsame Angriffspunkt der beiden Kräfte

$$\vec{F}_1: |\vec{F}_1| = 5 \text{ N}, \quad \vec{F}_2: |\vec{F}_2| = 3 \text{ N}, \quad \alpha = 60^\circ$$

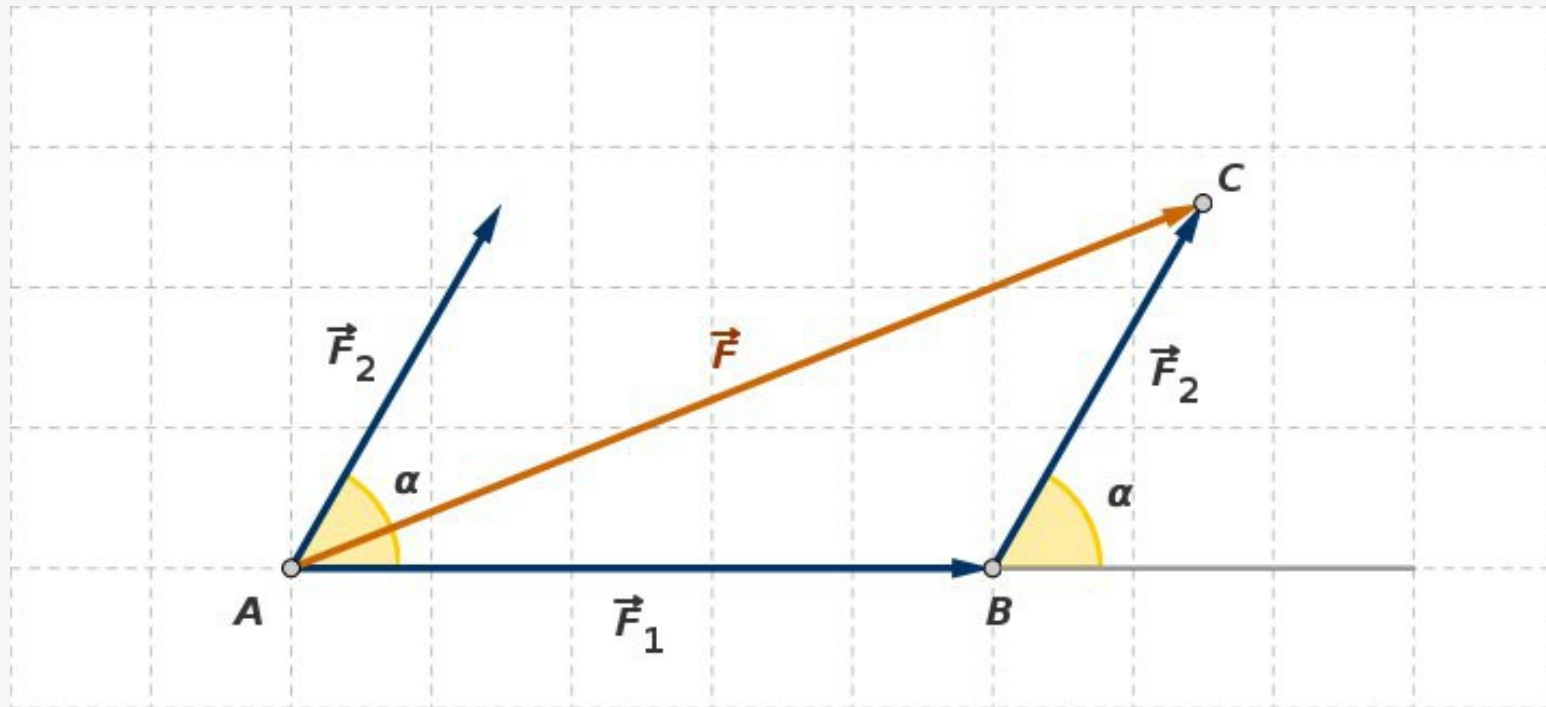


Abb. L1b: Die Darstellung der resultierenden Kraft F

Die resultierende Kraft F ist $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$|\vec{AB}| = |\vec{F}_1| = F_1, \quad |\vec{BC}| = |\vec{F}_2| = F_2, \quad |\vec{AC}| = |\vec{F}| = F$$

Die Betrag der resultierenden Kraft kann mithilfe des Kosinussatzes aus dem Dreieck ABC berechnet werden.

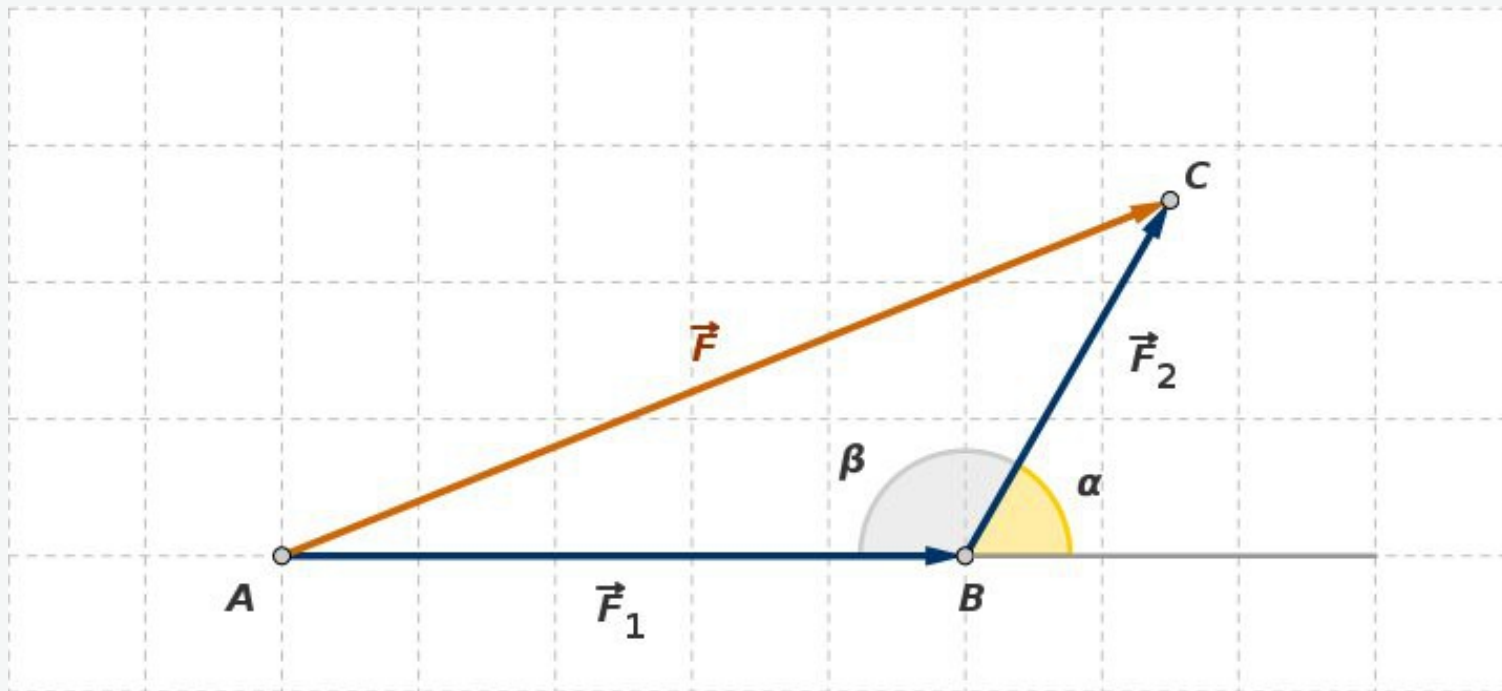


Abb. L1d: Zur Bestimmung der Länge der resultierenden Kraft F aus dem Dreieck ABC

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB| \cdot |BC| \cos \beta$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha, \quad \cos \beta = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \alpha$$

$$F_1 = 5 \text{ N} , \quad F_2 = 3 \text{ N} , \quad \alpha = 60^\circ$$

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 \cdot F_2 \cos \alpha =$$

$$= 5^2 + 3^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos 60^\circ = 25 + 9 + \frac{30}{2} = 49 \text{ (N}^2\text{)}$$

$$F = 7 \text{ N}$$

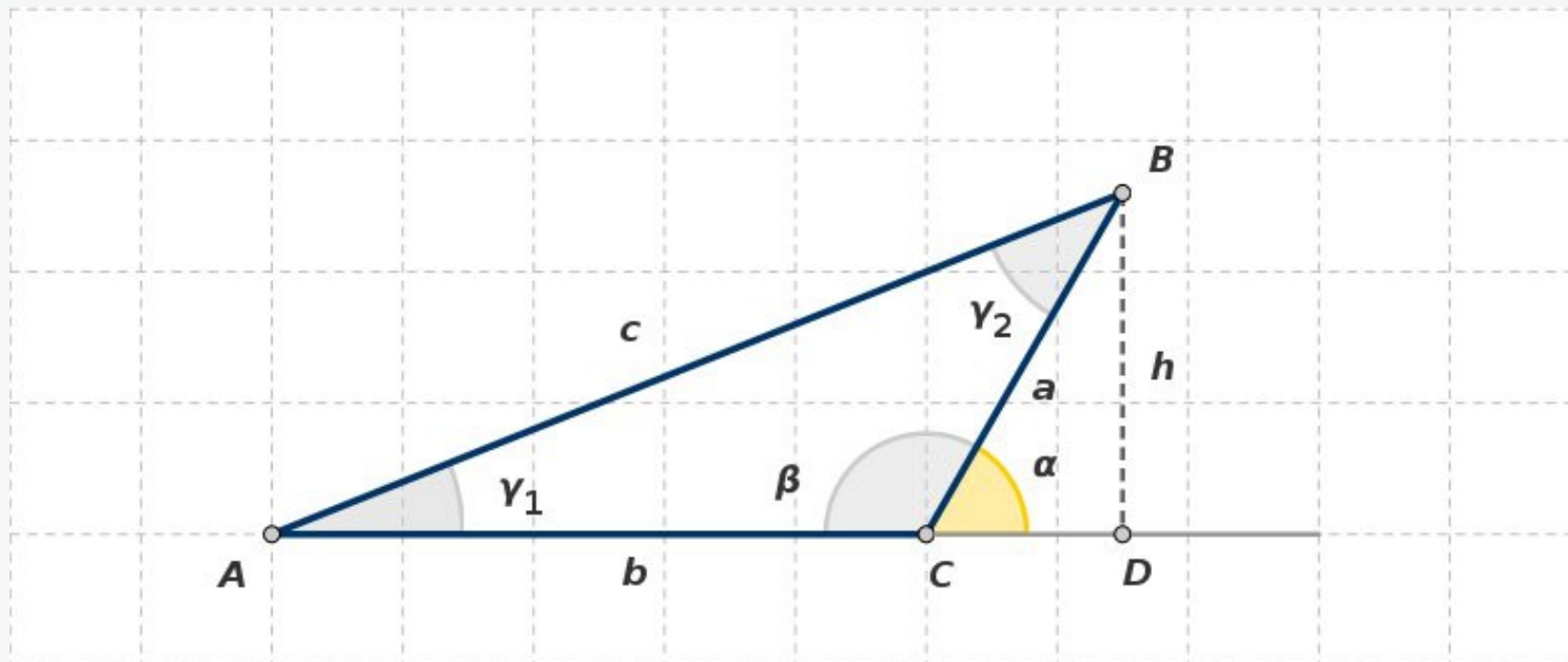


Abb. 11e: Zur Bestimmung des Winkels γ

$$h = c \sin \gamma_1 = a \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad \sin \gamma_1 = \frac{a}{c} \sin \alpha = \frac{F_2}{F} \sin \alpha$$

$$\sin \gamma_1 = \frac{3}{7} \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.371, \quad \gamma_1 = \arcsin\left(\frac{3}{7} \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 21.79^\circ$$

$$\gamma_2 = 180^\circ - \beta - \gamma_1 = 60^\circ - \gamma_1 = 60^\circ - 21.79^\circ = 38.21^\circ$$