



<http://www.k-shop.net/img/k-collection/flower-vase.jpg>

Darstellungsformen einer Funktion von mehreren Variablen

Implizite Darstellung:

Die Argumente und die Funktion sind durch eine Gleichung miteinander verknüpft. Die Funktion ist nicht nach einer Variablen aufgelöst:

Eine Funktion von zwei Variablen:

$$F(x, y, z) = 0$$

Eine Funktion von n Variablen:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u) = 0$$

Beispiel 1: Ebene im 3D-Raum

$$F(x, y, z) = ax + by + cz + d = 0$$

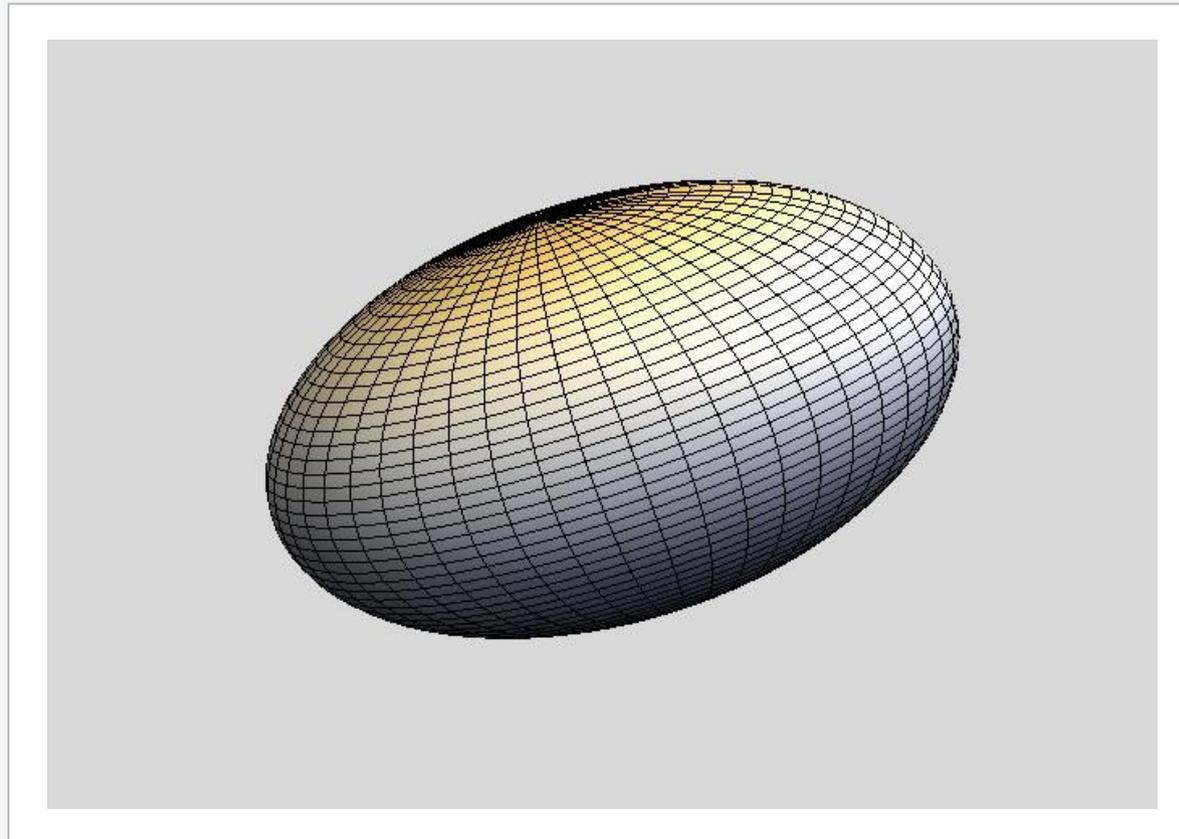


Abb. 1: Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

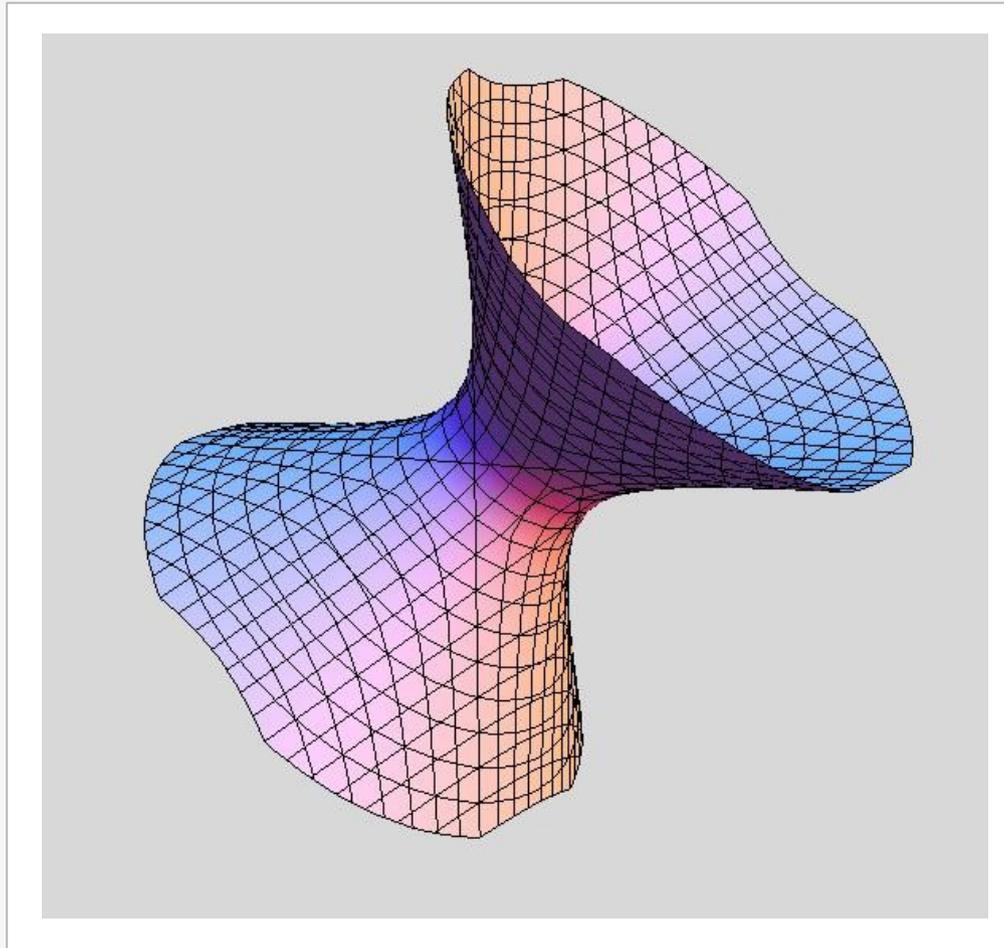


Abb. 2: Einschaliges Hyperboloid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Explizite Darstellung:

Die Funktion wird durch ihre unabhängige Variablen ausgedrückt

Eine Funktion von zwei Variablen:

$$z = f(x, y)$$

Eine Funktion von n Variablen:

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Beispiel 1: Ebene im 3D-Raum $z = \frac{1}{c} (ax + by + d)$

Beispiel 2: Rotationparaboloid $z = x^2 + y^2$

Beispiel 3: Hyperbolisches Paraboloid $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$

Parameterdarstellung:

Die Argumente und die Funktion sind durch neue Variablen, die Parameter, explizit ausgedrückt.

Funktionen von zwei Variablen:

$$x = \varphi(r, s), \quad y = \psi(r, s), \quad z = \chi(r, s)$$

Funktionen von drei Variablen:

$$x = \varphi(r, s, t), \quad y = \psi(r, s, t), \quad z = \chi(r, s, t), \quad u = \rho(r, s, t)$$

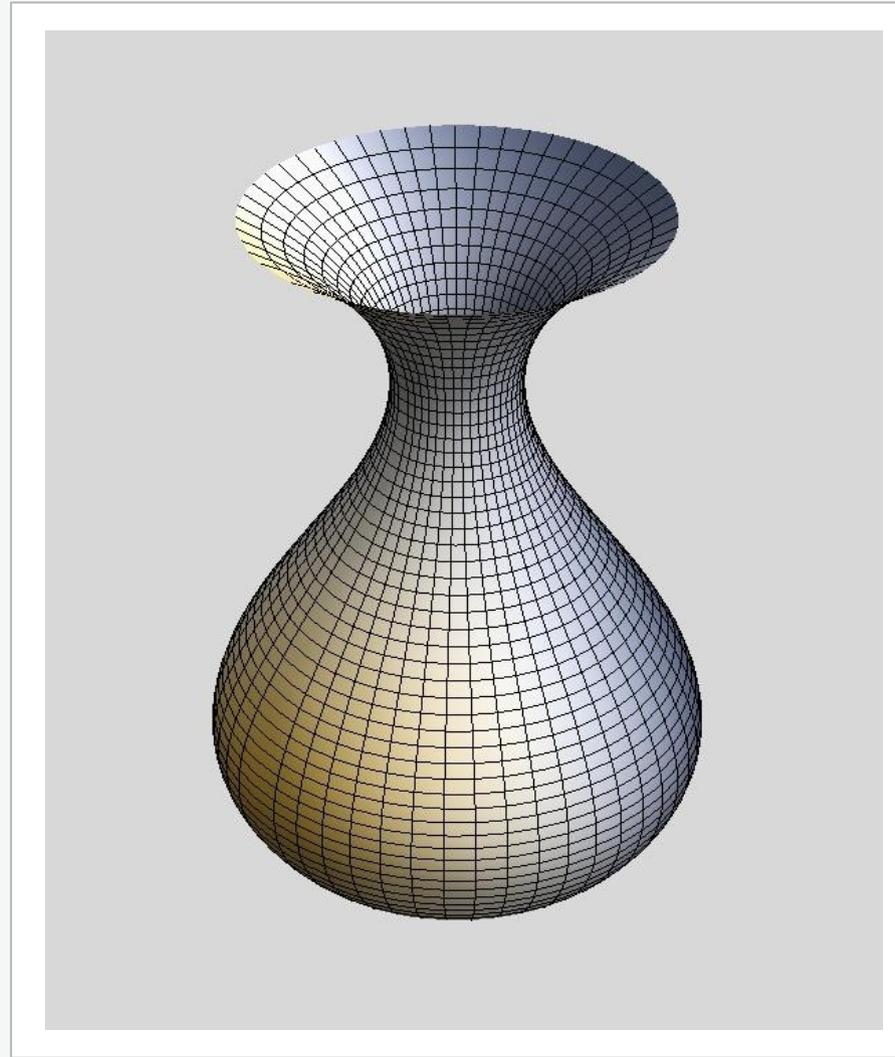


Abb. 3

$$x = u, \quad y = \frac{\sin v}{5} (u^3 + 2u^2 - 2u + 2), \quad z = \frac{\cos v}{5} (u^3 + 2u^2 - 2u + 2)$$
$$-2.3 \leq u \leq 1.3, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

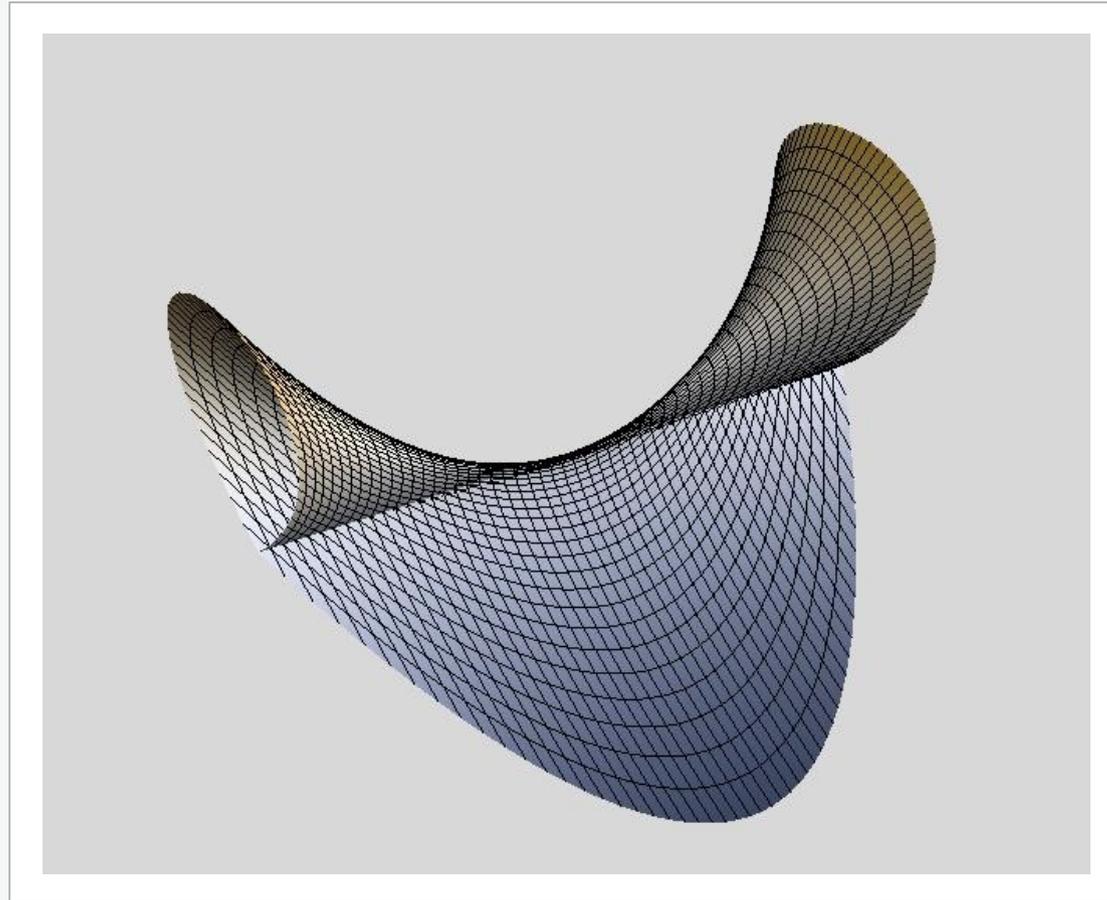


Abb. 4a

$$x = t \cdot (u^2 - t^2), \quad y = u, \quad z = u^2 - t^2$$

$$-1 \leq t \leq 1, \quad -1 \leq u \leq 1$$

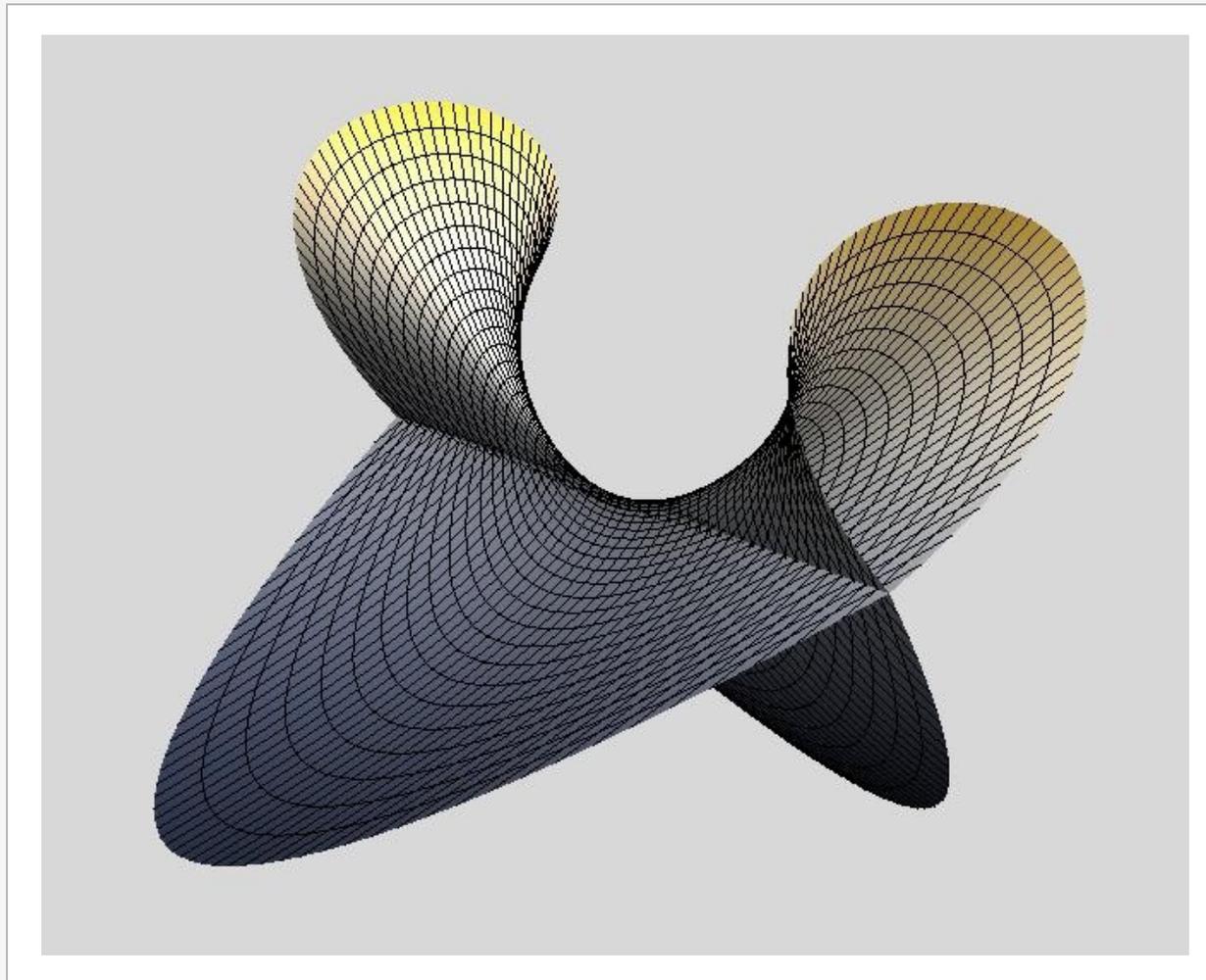


Abb. 4b

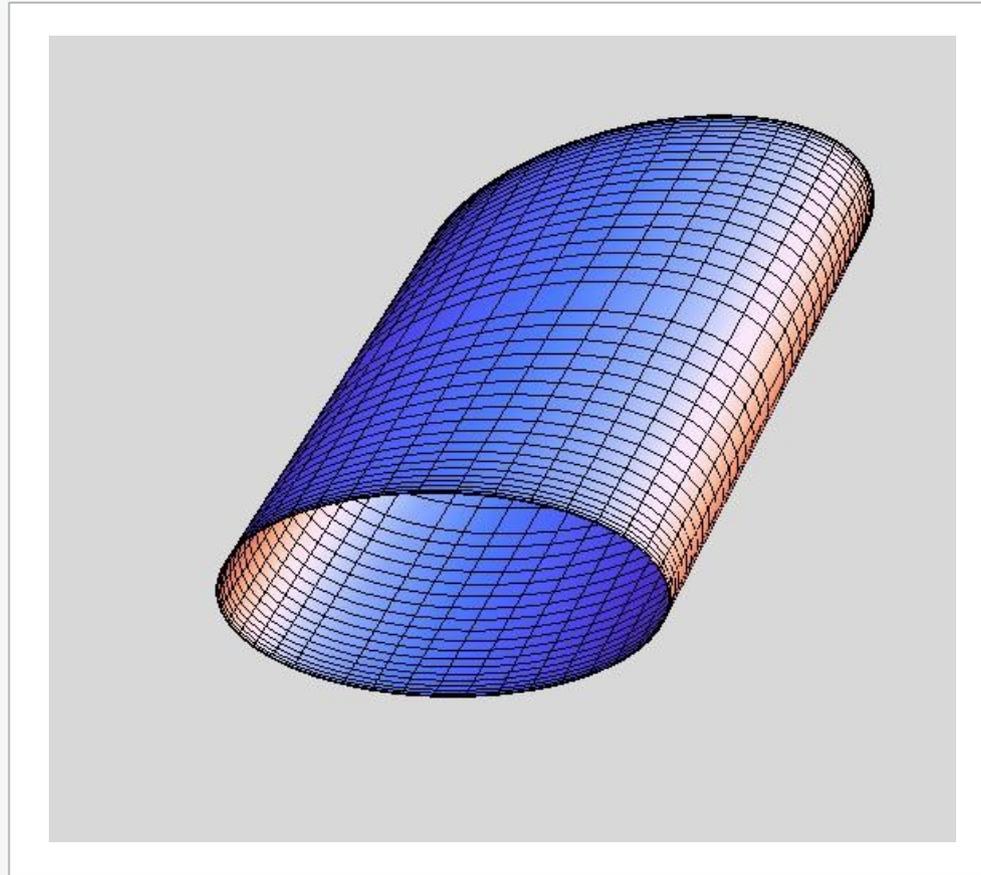


Abb. 5

$$x = \cos u, \quad y = \sin u + \cos u, \quad z = \sin v$$

$$0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

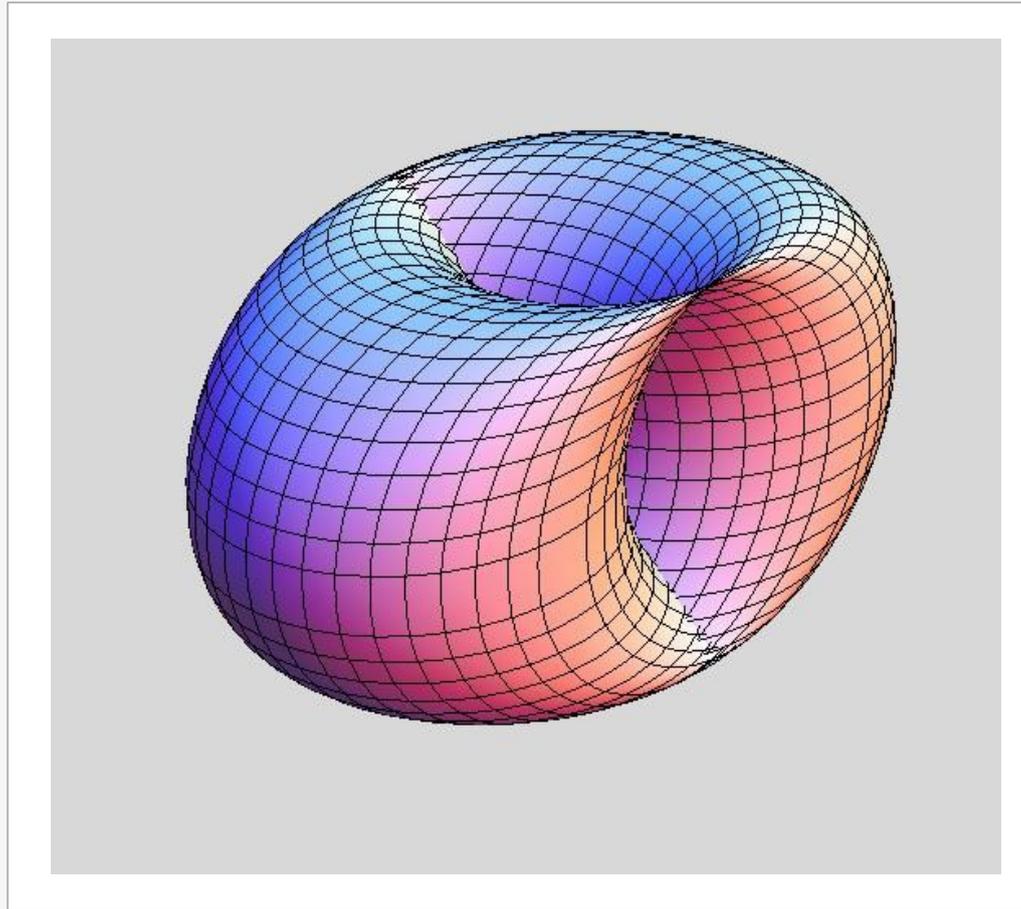


Abb. 6

$$x = \cos u, \quad y = \sin u + \cos v, \quad z = \sin v$$

$$0 \leq u \leq 2\pi, \quad -\pi \leq v \leq \pi$$

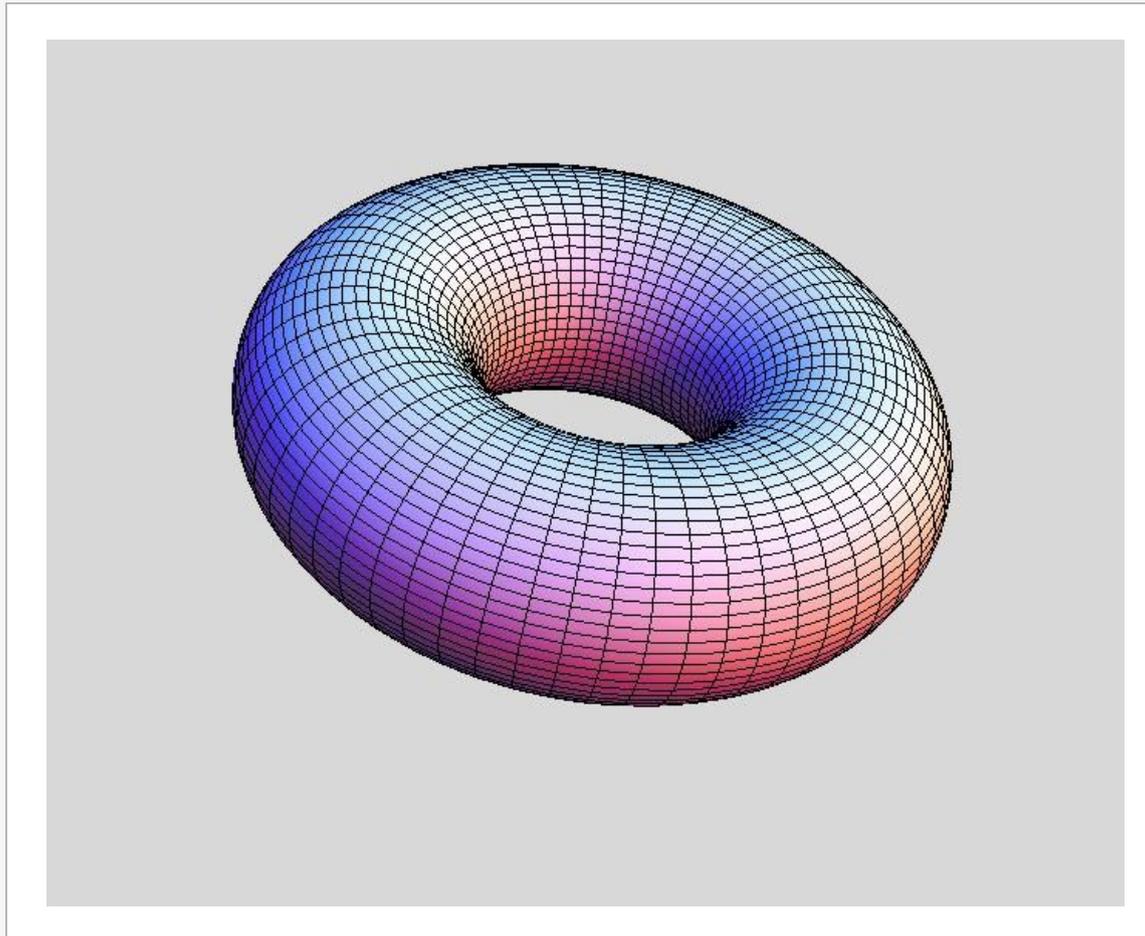


Abb. 7

$$x = (R + r \cos v) \cos u, \quad y = (R + r \cos v) \sin u, \quad z = r \sin v$$

$$0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

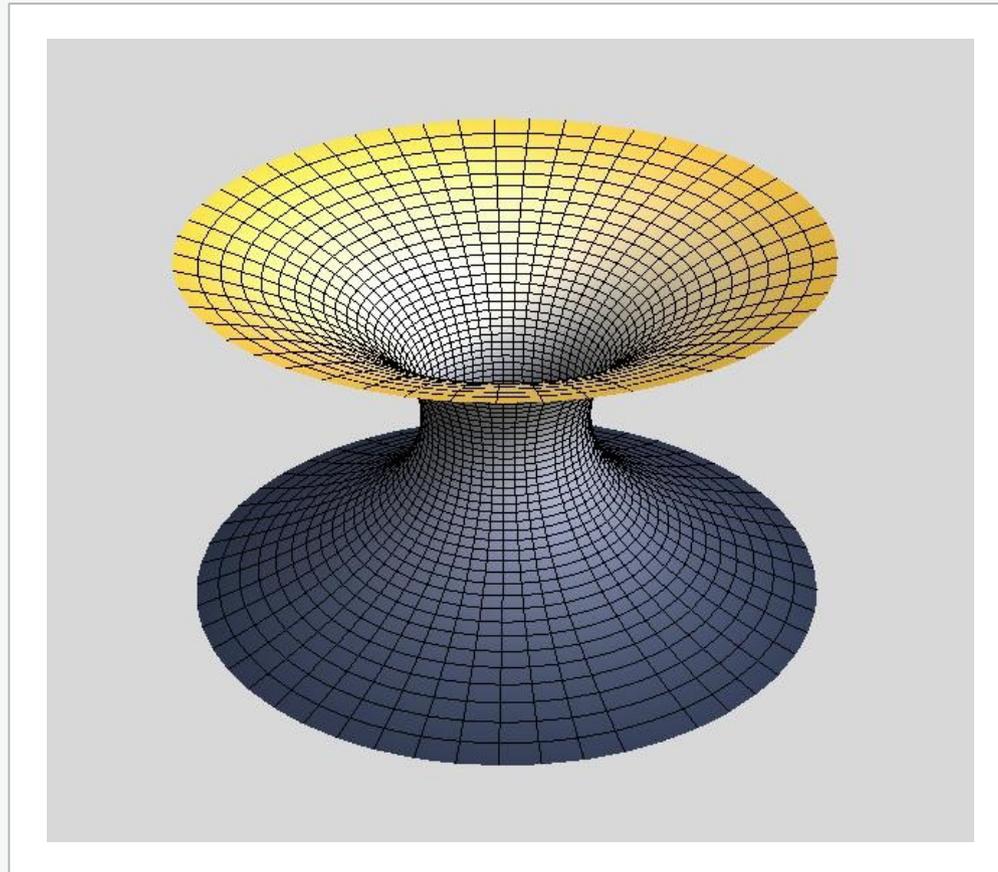


Abb. 8: Catenoid

$$x = c \cosh(v/c) \cos(u), \quad y = c \cosh(v/c) \sin(u), \quad z = v$$

$$-\pi \leq u \leq \pi, \quad -2 \leq v \leq 2$$

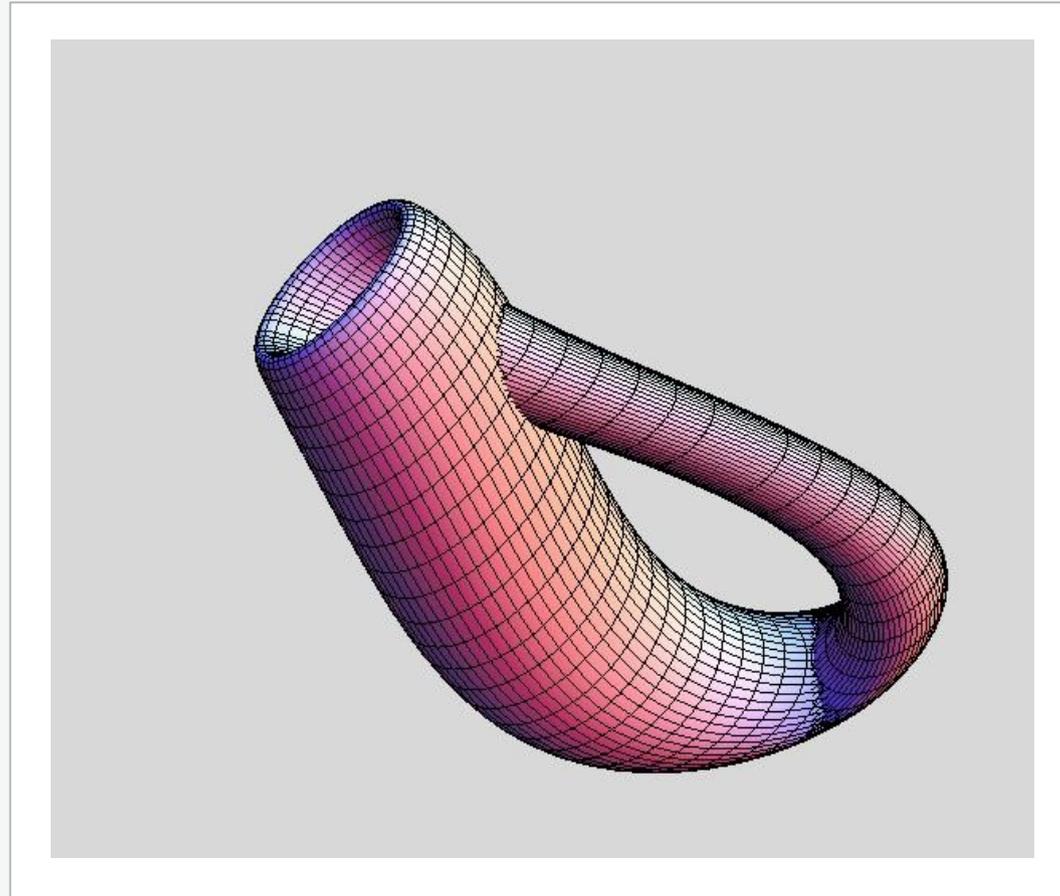


Abb. 8

$$x = 6 \cos(u) (1 + \sin(u)) + 4 \left(1 - \frac{1}{2} \cos(u) \right) \cos(v + \pi)$$

$$y = 16 \sin(u)$$

$$z = 4 \left(1 - \frac{1}{2} \cos(u) \right) \sin(v)$$

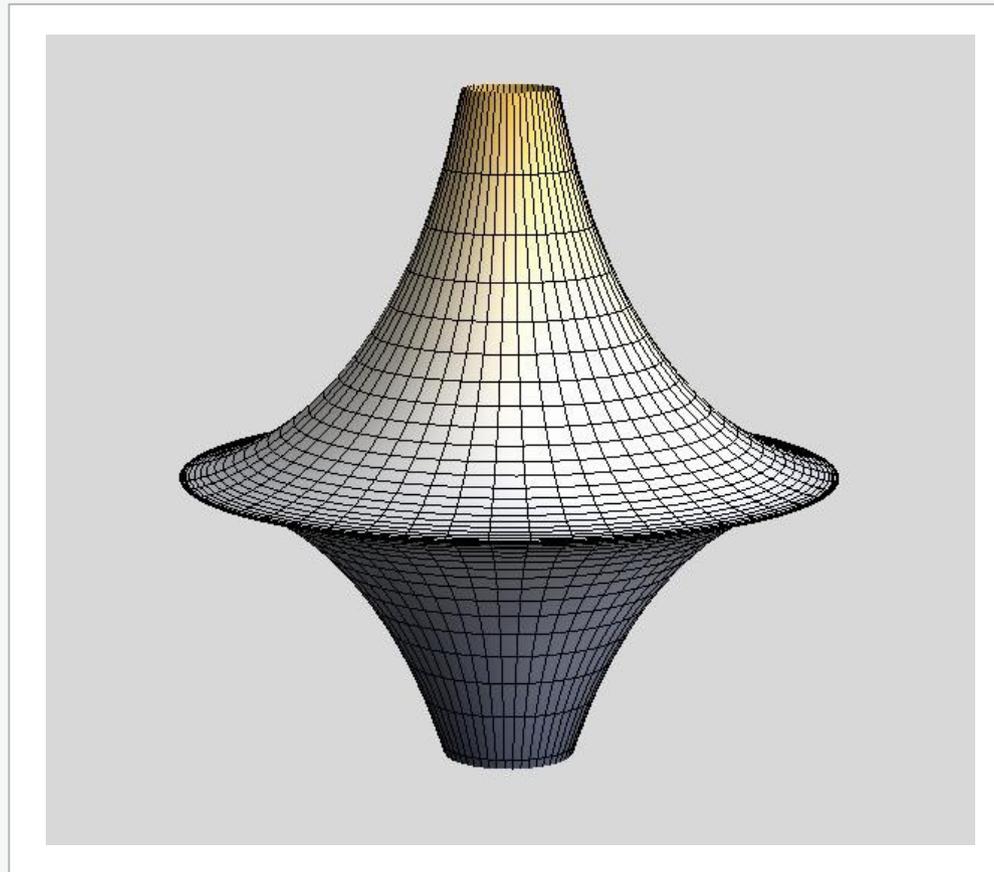


Abb. 8: Pseudosphäre

$$x = \cos u \sin v, \quad y = \sin u \sin v, \quad z = \cos v \log(\tan(v/2))$$

$$-\pi \leq u \leq \pi, \quad 0.1 \leq v \leq 3.05$$