



http://www.youtube.com/watch?v=rpm-_5VNySU&feature=related

Schriftliche Arbeit



Bestimmen Sie Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral

$$\iint_A f(x, y) \, dx \, dy$$

wenn der Bereich A durch die folgenden Angaben definiert ist (geben Sie zwei Möglichkeiten an)

Aufgabe 1: $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + 2y \leq 4$

Aufgabe 2: $x \leq 0, \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 9$

Ändern Sie die Reihenfolge der Integration in folgenden Doppelintegralen

Aufgabe 3: $\int_{x=0}^1 \int_{y=x}^{2x} f(x, y) \, dx \, dy$

Aufgabe 4: $\int_{x=0}^{\ln 4} \int_{y=e^x}^4 f(x, y) \, dx \, dy$



Bestimmen Sie partielle Ableitungen 1. Ordnung folgender Funktionen

Aufgabe 5: $f(x, y, z) = \ln\left(\frac{\sqrt{x} y^3}{z}\right)$

Aufgabe 6: $f(x, y, z) = \ln(y e^{x z})$

Aufgabe 7: $f(x, y) = \ln(y e^{\sqrt{x}})$

Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral: Lösung 1

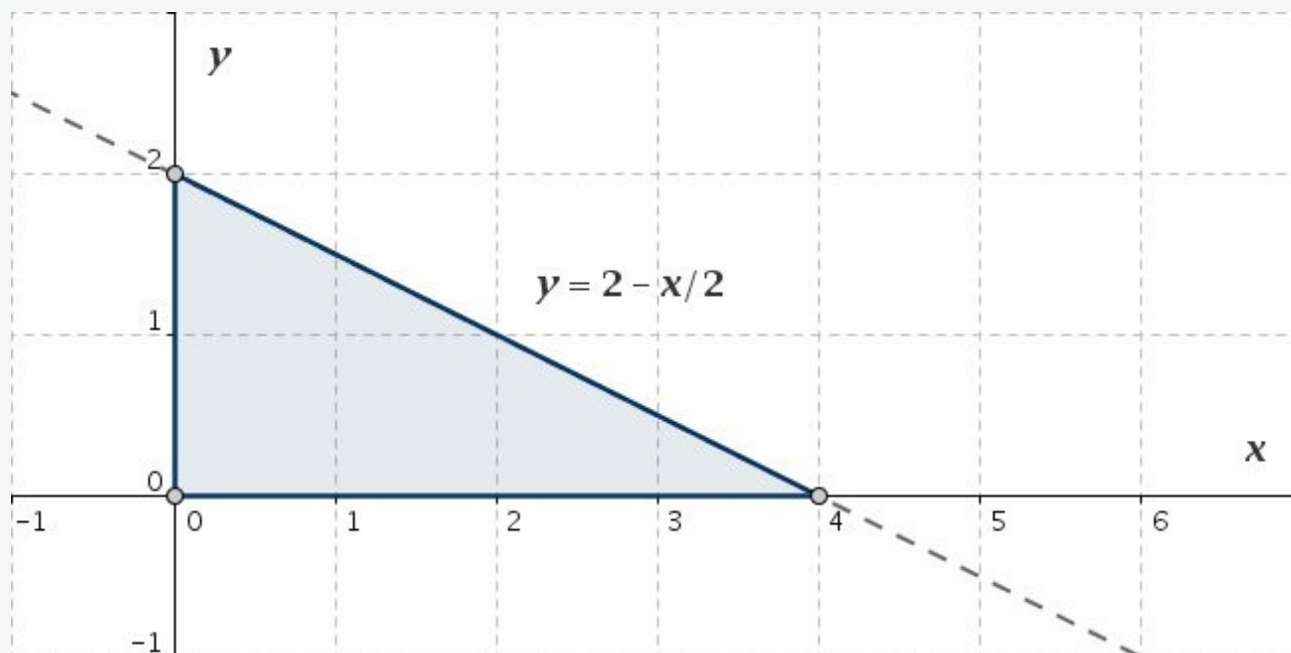


Abb. L1: Darstellung des Bereiches A

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + 2y \leq 4$$

$$\iint_A f(x, y) \, dA = \int_{x=0}^4 \int_{y=0}^{2 - \frac{x}{2}} f(x, y) \, dx \, dy = \int_{y=0}^2 \int_{x=0}^{4 - 2y} f(x, y) \, dx \, dy$$

Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral: Lösung 2

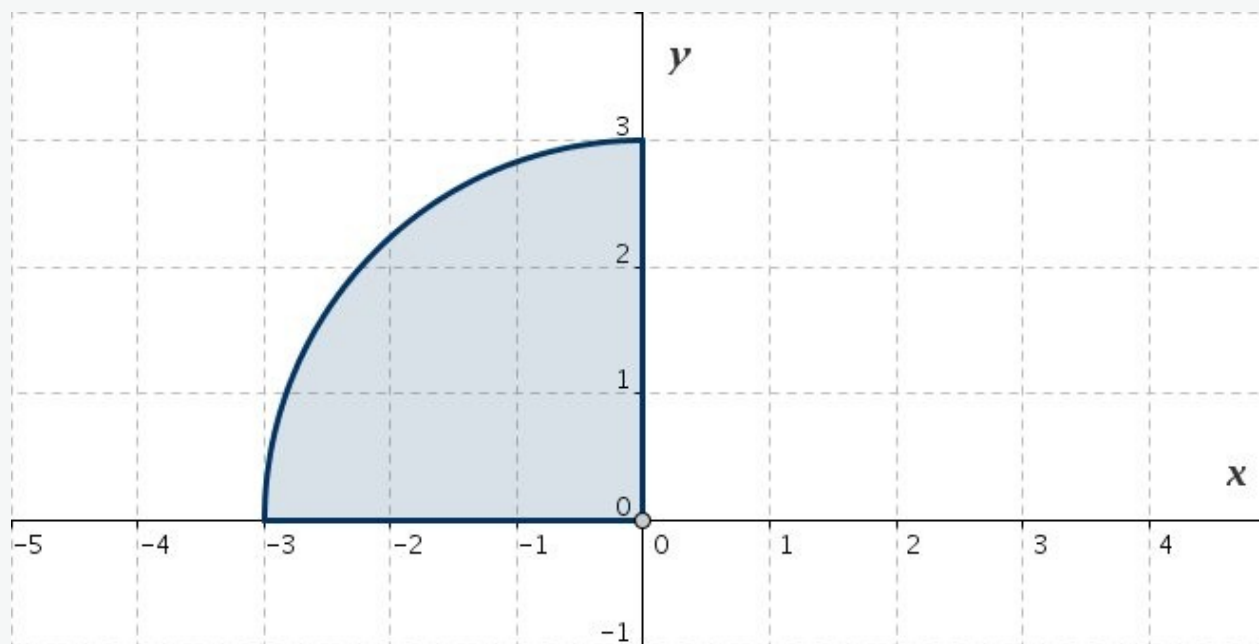


Abb. L2: Darstellung des Bereiches A

$$x \leq 0, \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 9$$

$$\begin{aligned} \iint_A f(x, y) \, dx \, dy &= \int_{\varphi = \frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_{r=0}^3 g(r, \varphi) \, r \, dr \, d\varphi = \\ &= \int_{x=-3}^0 \int_{y=0}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y) \, dx \, dy \end{aligned}$$

Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral: Lösung 3

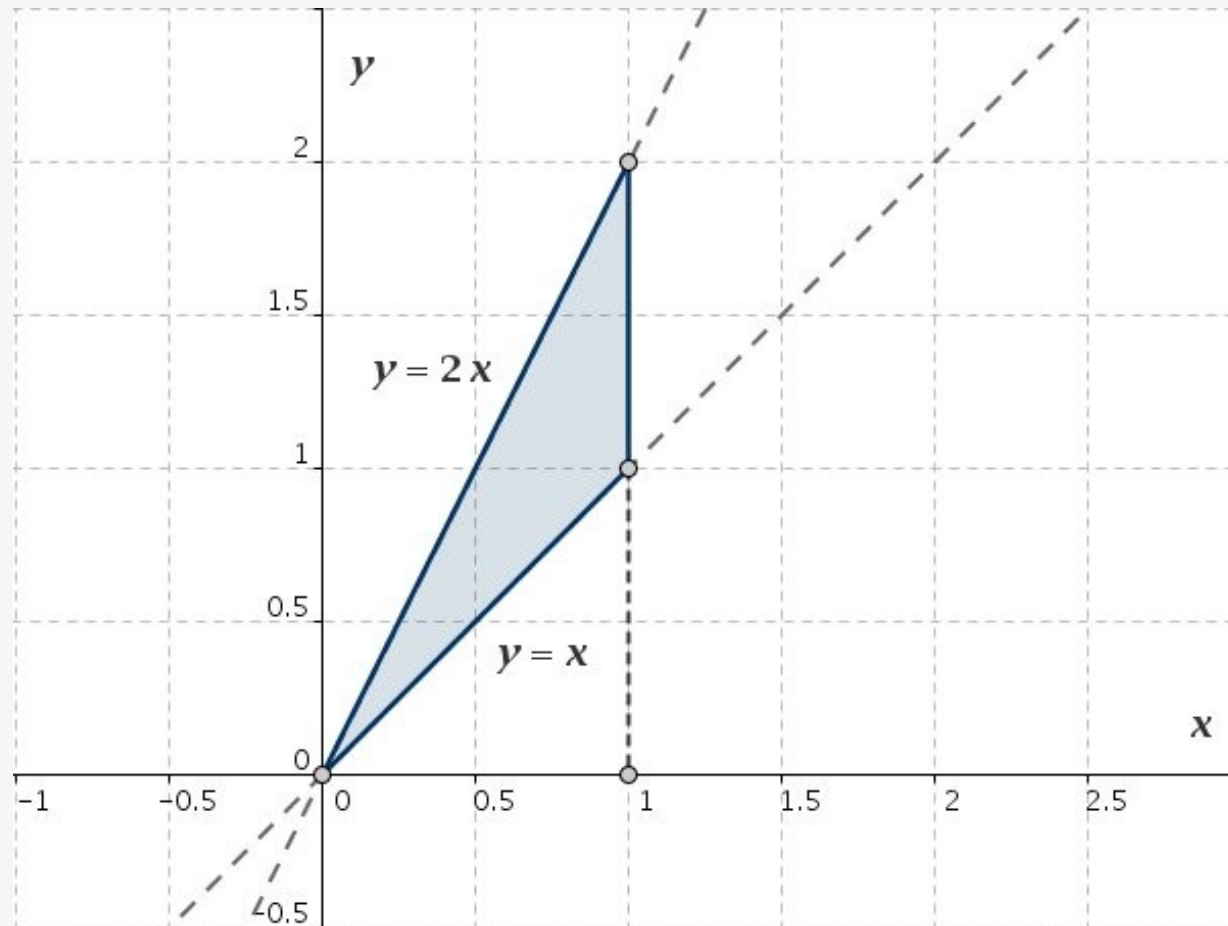


Abb. L3a: Darstellung des Bereiches A

$$\iint_A f(x, y) dx dy = \int_{x=0}^1 \int_{y=x}^{2x} f(x, y) dx dy$$

Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral: Lösung 3

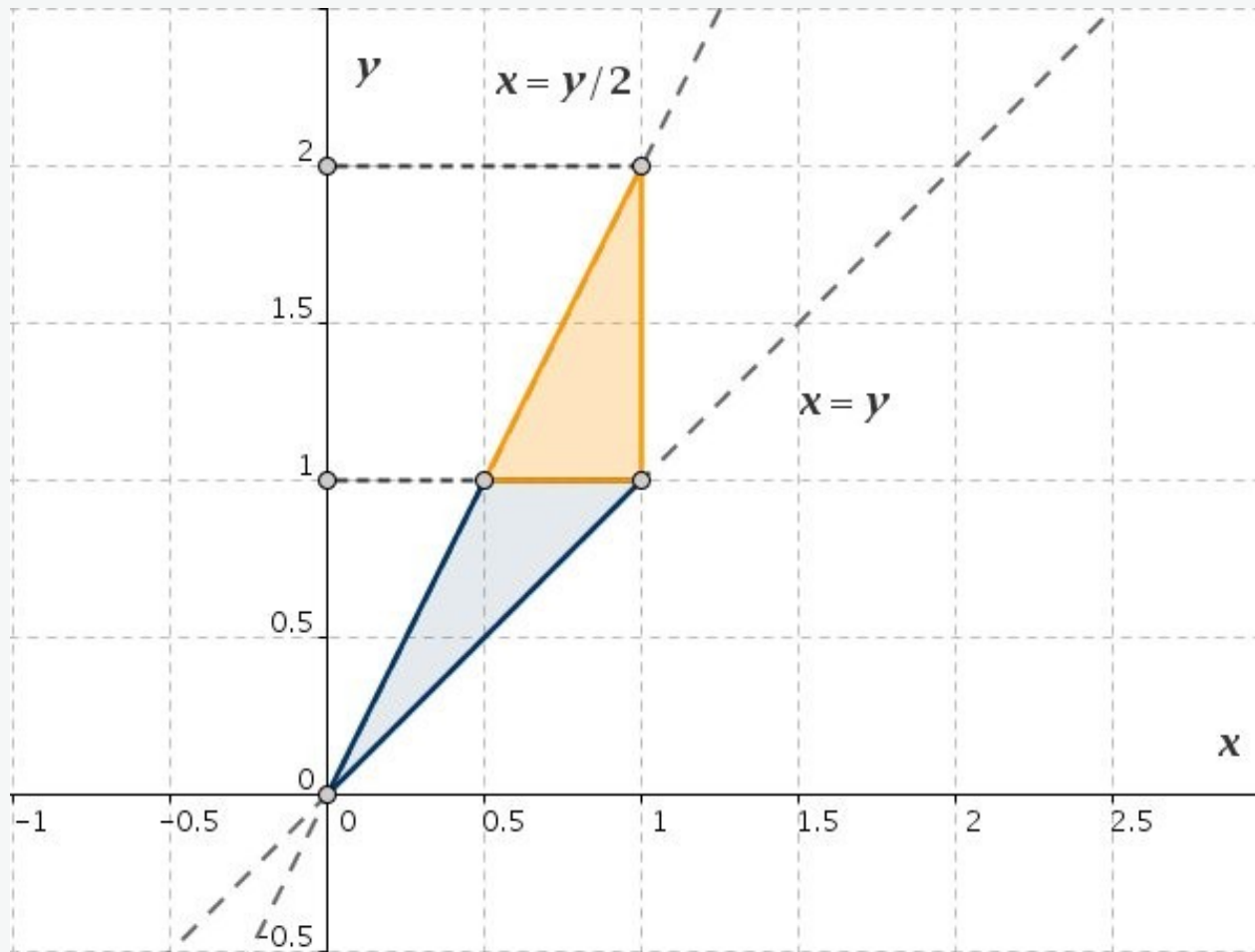


Abb. L3b: Darstellung des Bereiches A

$$\iint_A f(x, y) dx dy = \int_{y=0}^1 \int_{x=y/2}^y f(x, y) dx dy + \int_{y=1}^2 \int_{x=y/2}^1 f(x, y) dx dy$$

Integrationsgrenzen in einem Doppelintegral: Lösung 4

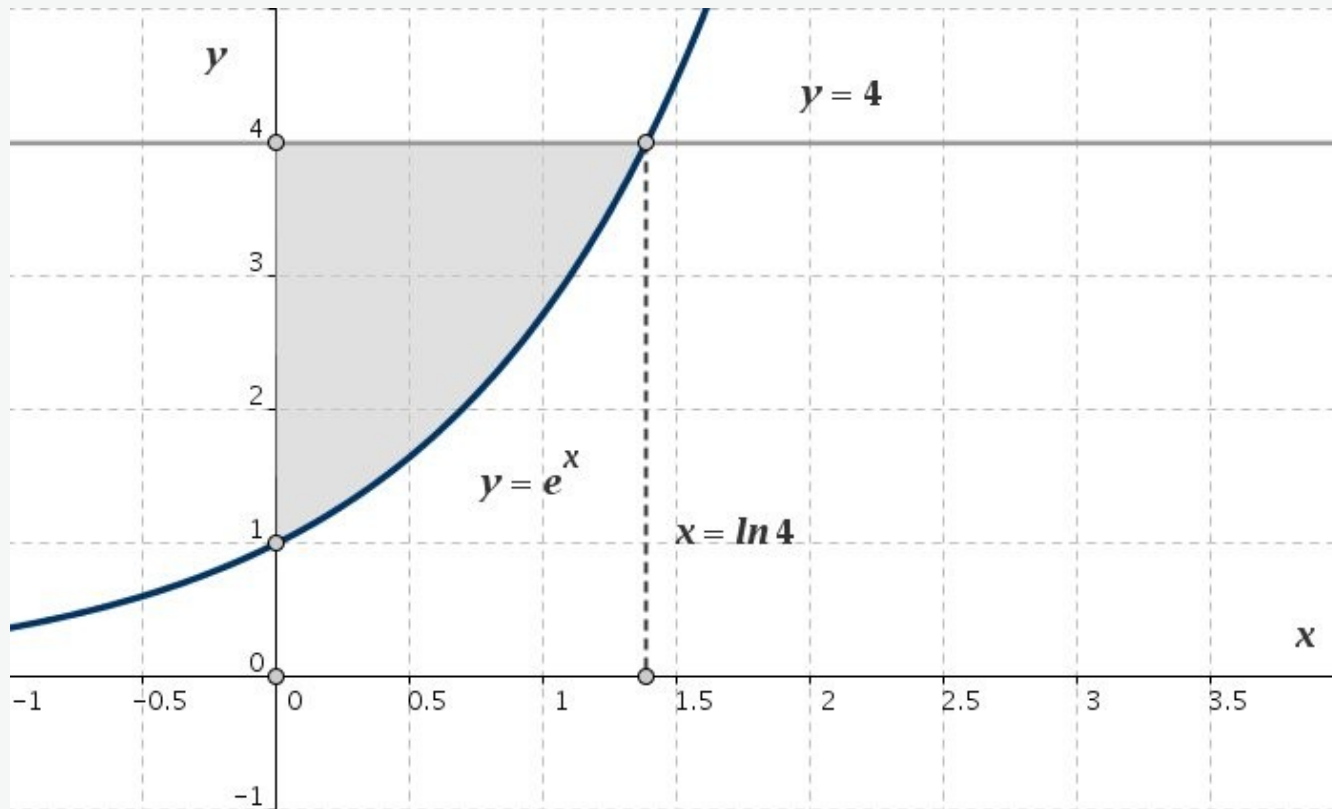


Abb. L4: Darstellung des Bereiches A

$$\int_{x=0}^{\ln 4} \int_{y=e^x}^4 f(x, y) dx dy = \int_{y=1}^4 \int_{x=0}^{\ln y} f(x, y) dx dy$$

Lösung 5: $f(x, y, z) = \ln\left(\frac{\sqrt{x} y^3}{z}\right) = \frac{1}{2} \ln x + 3 \ln y - \ln z$

$$f_x = \frac{1}{2x}, \quad f_y = \frac{3}{y}, \quad f_z = -\frac{1}{z}$$

Lösung 6: $f(x, y, z) = \ln(y e^{xz}) = \ln y + xz$

$$f_x = z, \quad f_y = \frac{1}{y}, \quad f_z = x$$

Lösung 7: $f(x, y) = \ln(y e^{\sqrt{x}}) = \sqrt{x} + \ln y$

$$f_x = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad f_y = \frac{1}{y}$$