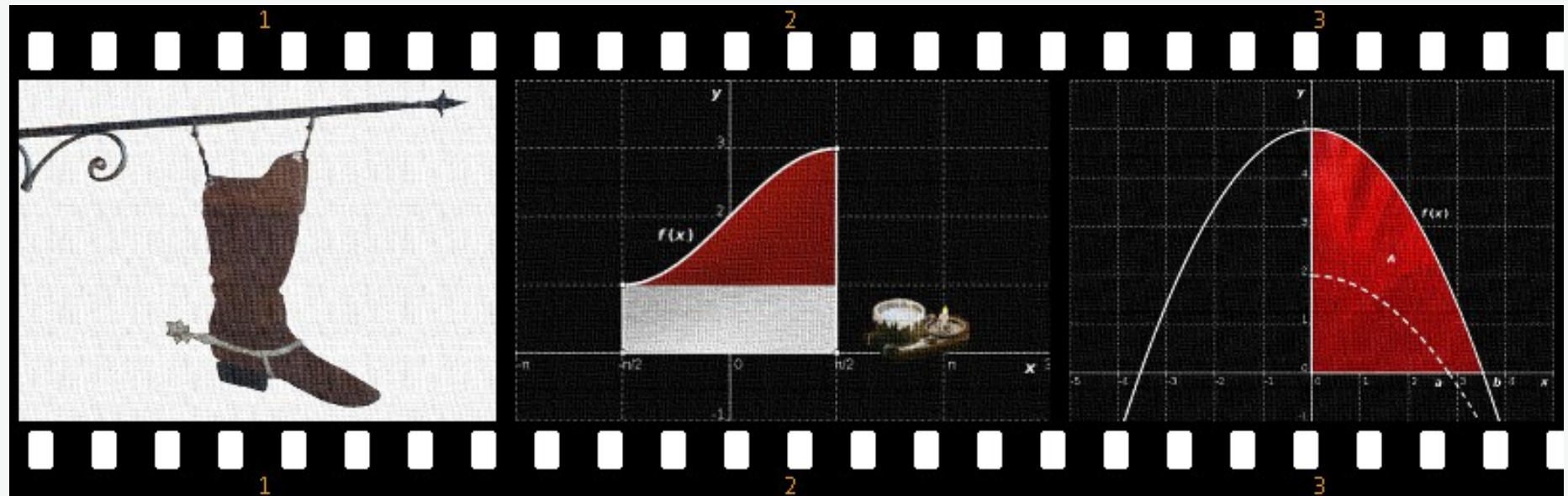




Schild, Celle

Schwerpunkt homogener ebener Flächen: Teil 3a



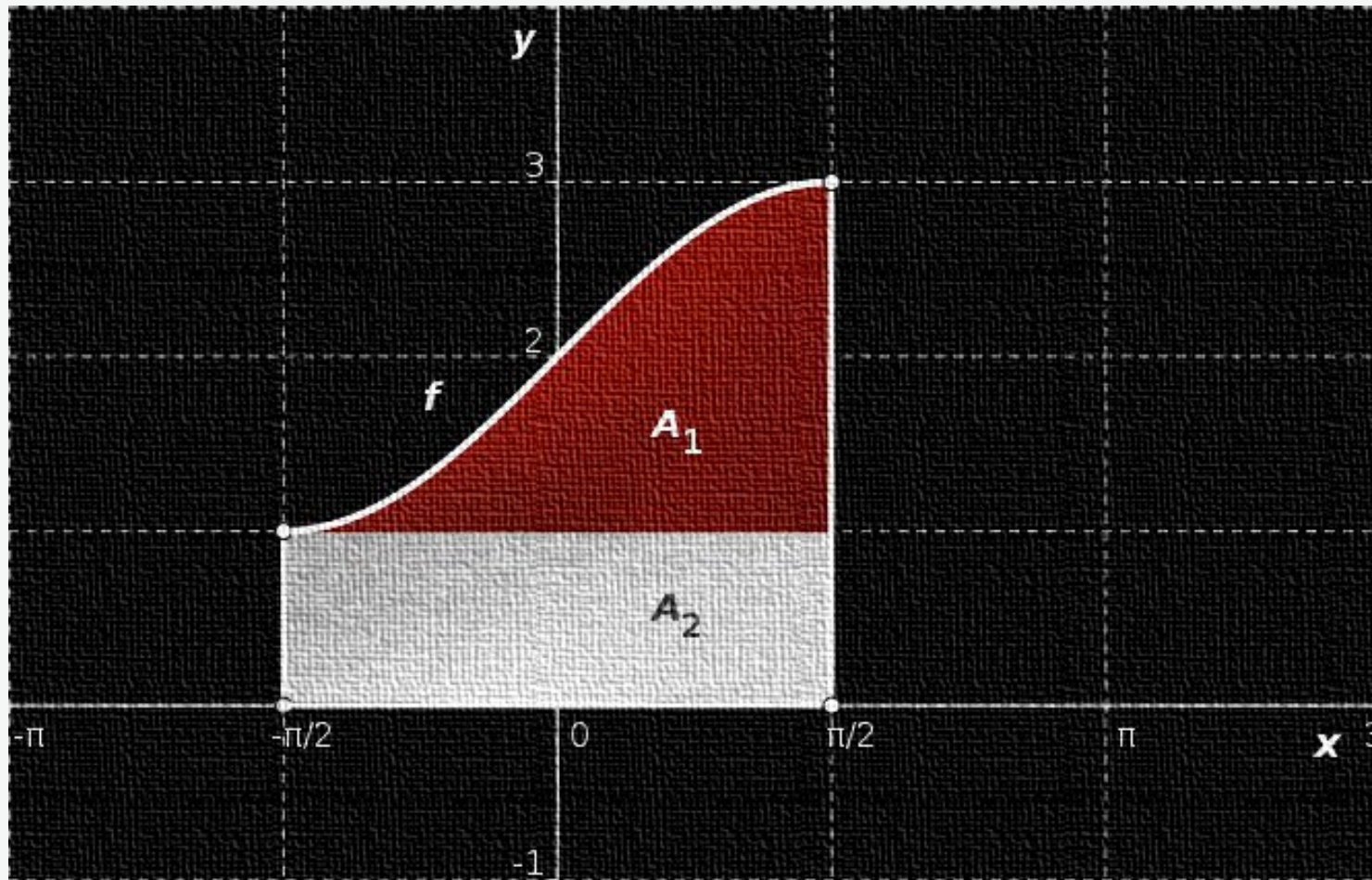


Abb. 1-1: Eine zusammengesetzte Fläche

$$x_S = \frac{1}{A} \int_A x \, dA = \frac{1}{A_1 + A_2} \left(\int_{A_1} x \, dA + \int_{A_2} x \, dA \right) = \frac{1}{A_1 + A_2} (x_{S_1} A_1 + x_{S_2} A_2)$$

$$y_S = \frac{1}{A_1 + A_2} (y_{S_1} A_1 + y_{S_2} A_2), \quad A = A_1 + A_2$$

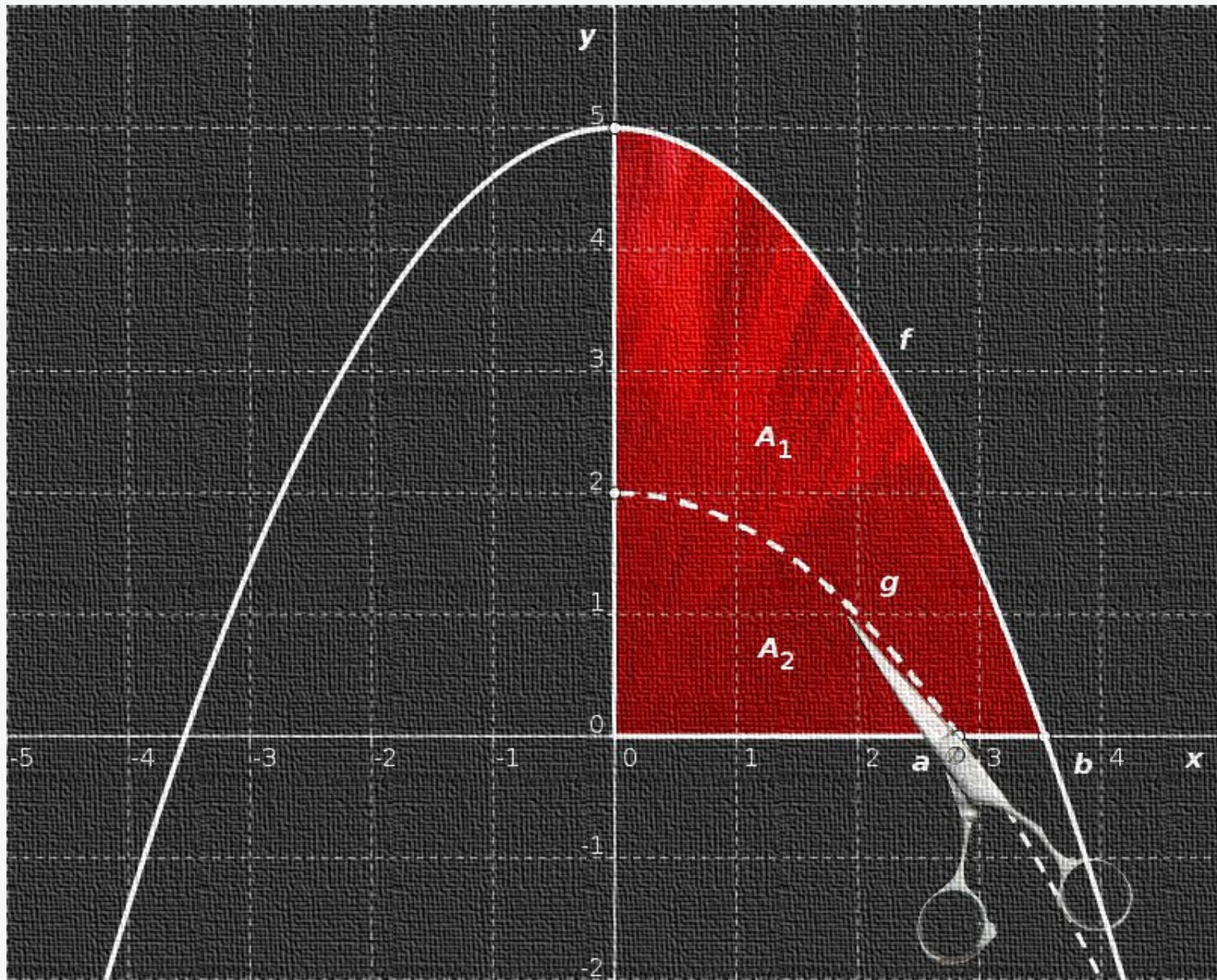


Abb. 1-2: Eine zusammengesetzte Fläche

A_1 – die Fläche zwischen der Funktion $y = f(x)$ und der x -Achse im Intervall $[0, b]$

A_2 – die Fläche zwischen der Funktion $y = g(x)$ und der x -Achse im Intervall $[0, a]$

Bestimmung des Schwerpunkts der Fläche A

$$A = A_1 - A_2$$

$$x_S = \frac{1}{A_1 - A_2} \left(x_{S_1} A_1 - x_{S_2} A_2 \right)$$

$$y_S = \frac{1}{A_1 - A_2} \left(y_{S_1} A_1 - y_{S_2} A_2 \right)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

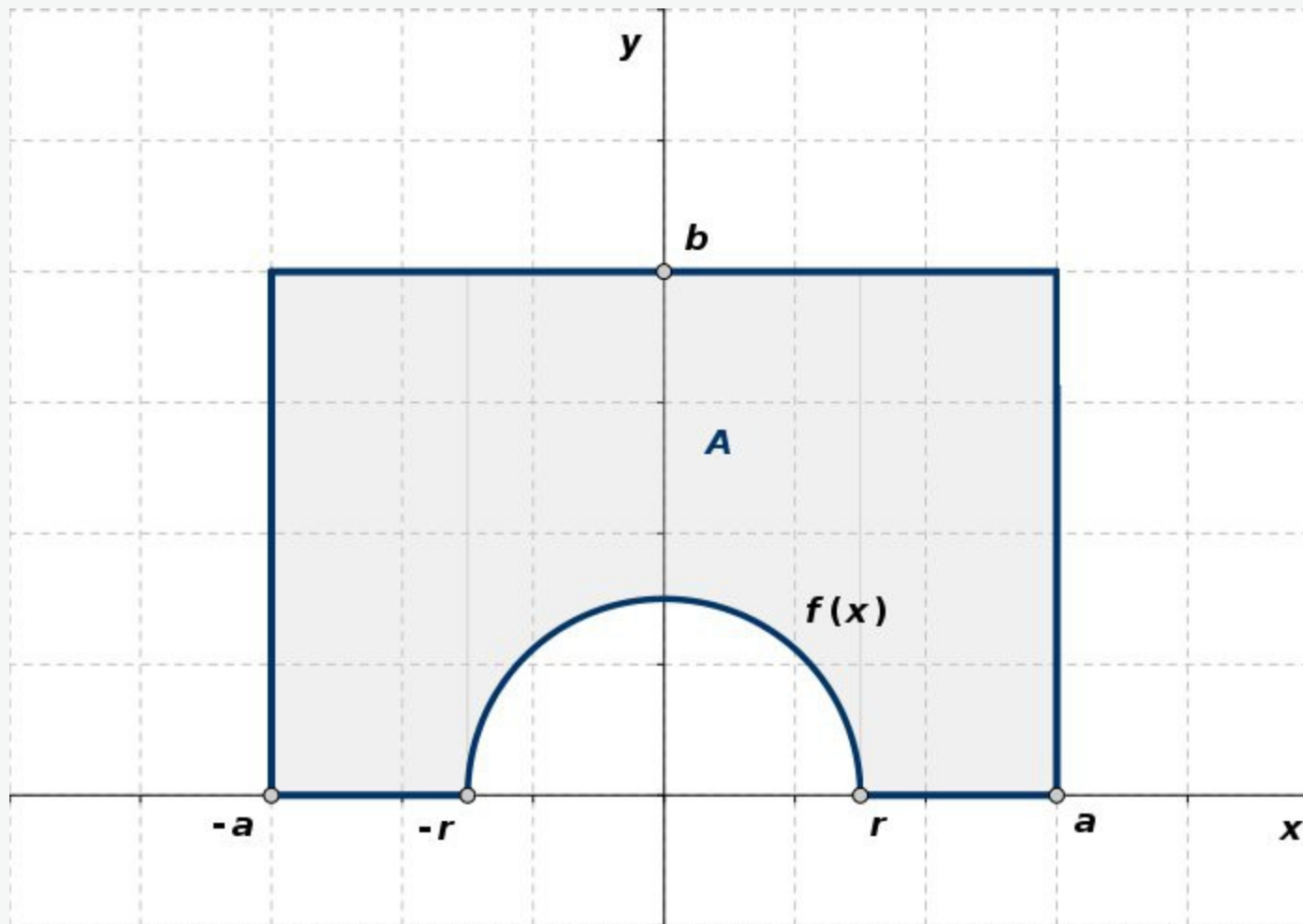


Abb. 2-1: Beispiel einer Fläche

Wir berechnen den Schwerpunkt einer in Abb. 2-1 dargestellten Fläche. Aus Symmetriegründen ist die x -Koordinate des Schwerpunktes gleich Null.

$$f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

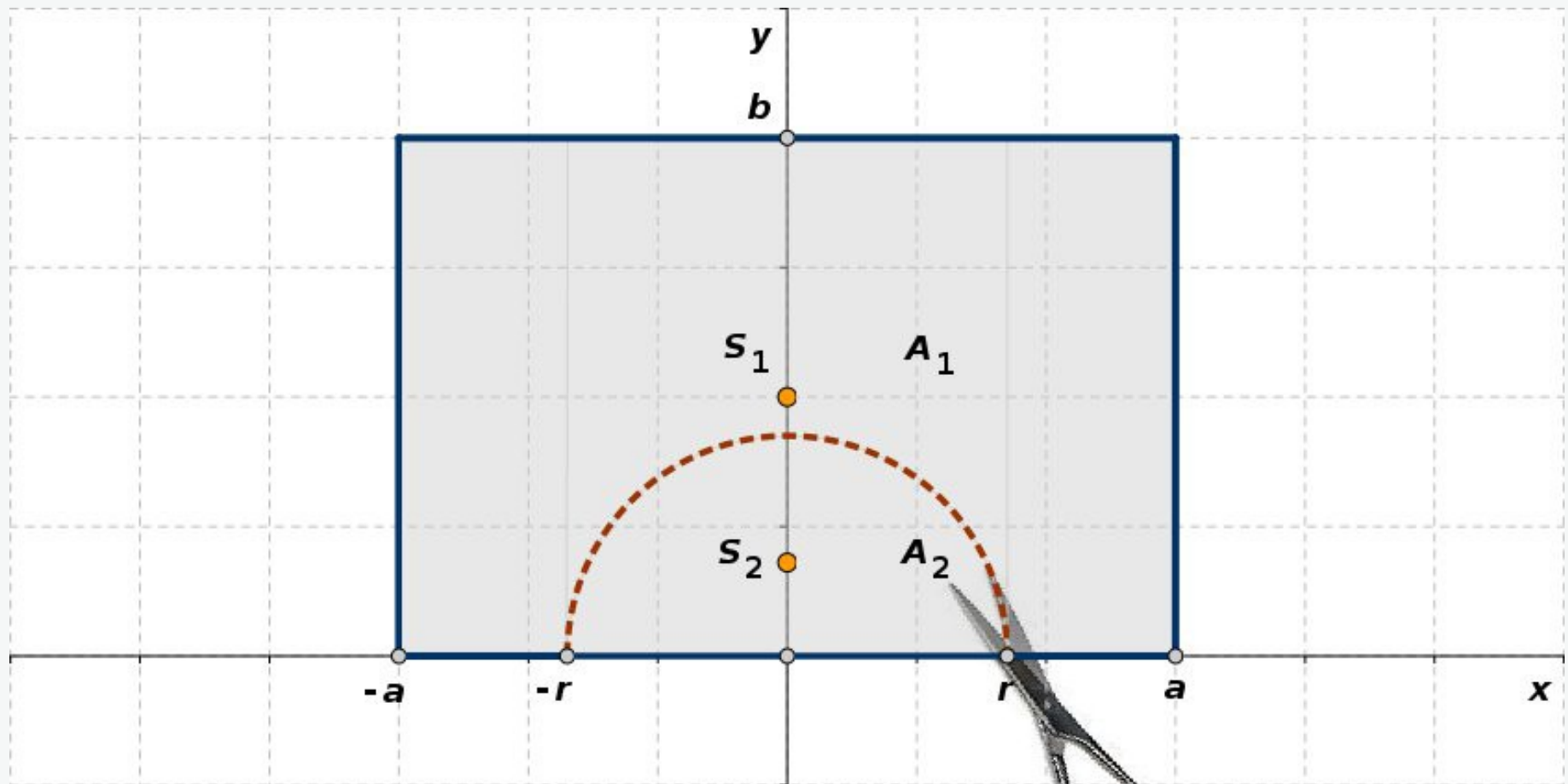


Abb. 2-2: Die Fläche der Abb. 2-1 kann so verstanden werden: aus dem gezeichneten Rechteck wird ein Halbkreis mit Radius r herausgeschnitten. S_1 und S_2 sind die Schwerpunktkoordinaten der Teilflächen

$$A_1 = 2 a b, \quad S_1 = \left(0, \frac{b}{2}\right), \quad A_2 = \frac{\pi r^2}{2}, \quad S_2 = \left(0, \frac{4 r}{3 \pi}\right)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

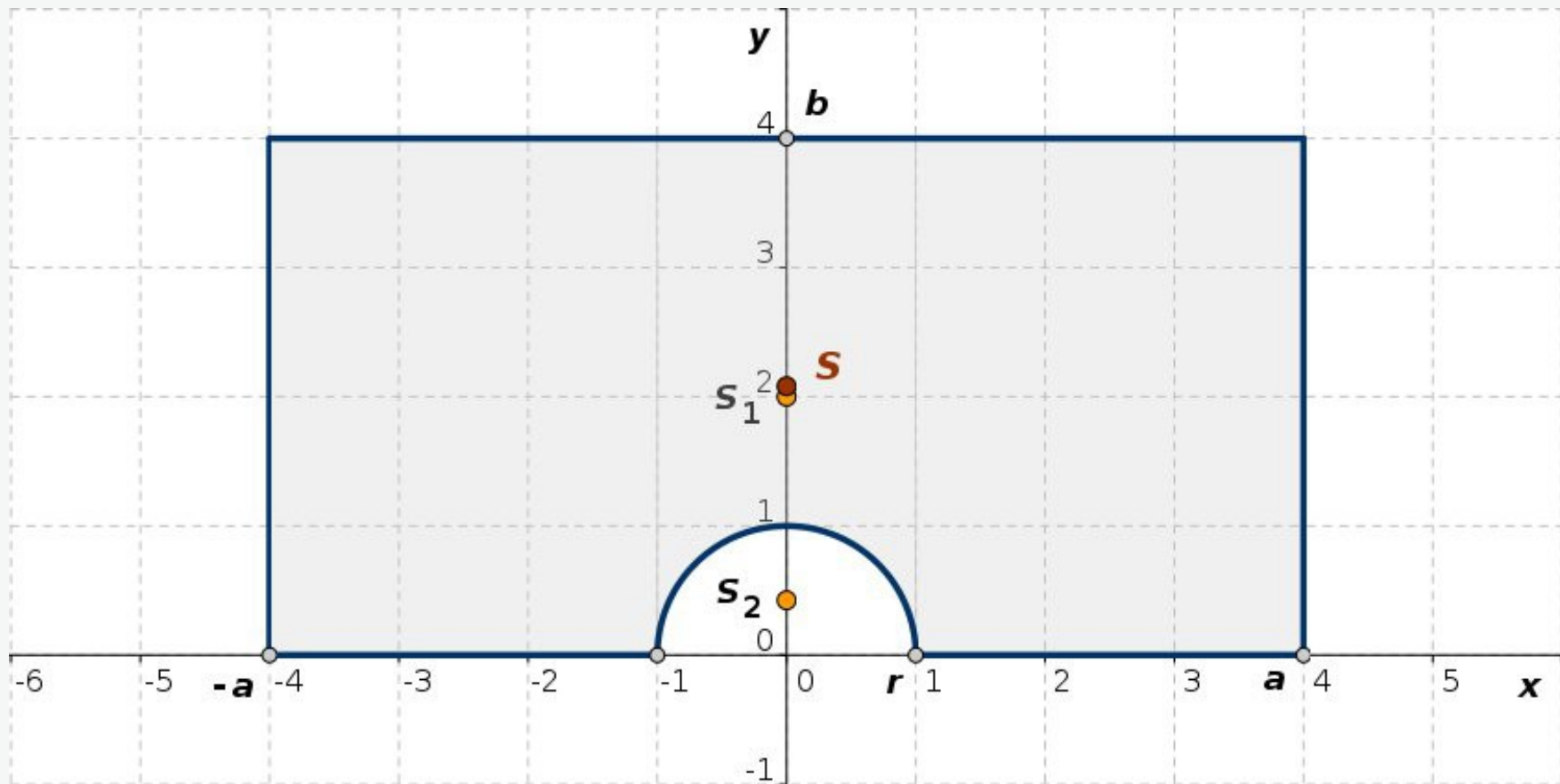


Abb. 15-3: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 4$, $b = 4$, $r = 1$

$$\text{Allgemein: } x_S = 0, \quad y_S = \frac{y_{S_1} A_1 - y_{S_2} A_2}{A_1 - A_2} = \frac{a b^2 - \frac{2 r^3}{3}}{2 a b - \frac{\pi r^2}{2}}$$

$$a = 4, \quad b = 4, \quad r = 1 : \quad S = (0, 2.08)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

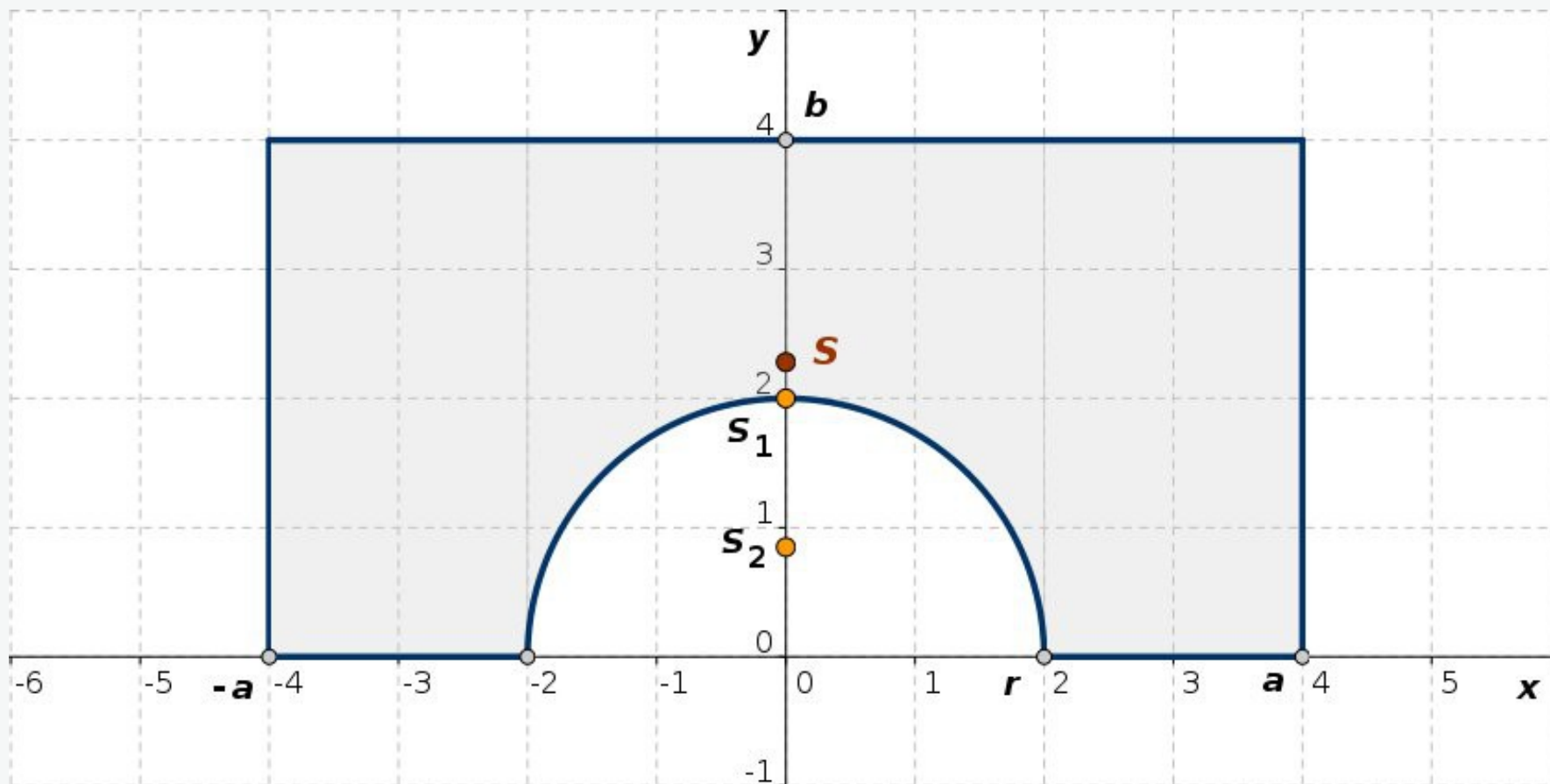


Abb. 15-4: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 4$, $b = 4$, $r = 2$

$$a = 4, \quad b = 4, \quad r = 2 : \quad S = (0, 2.28)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

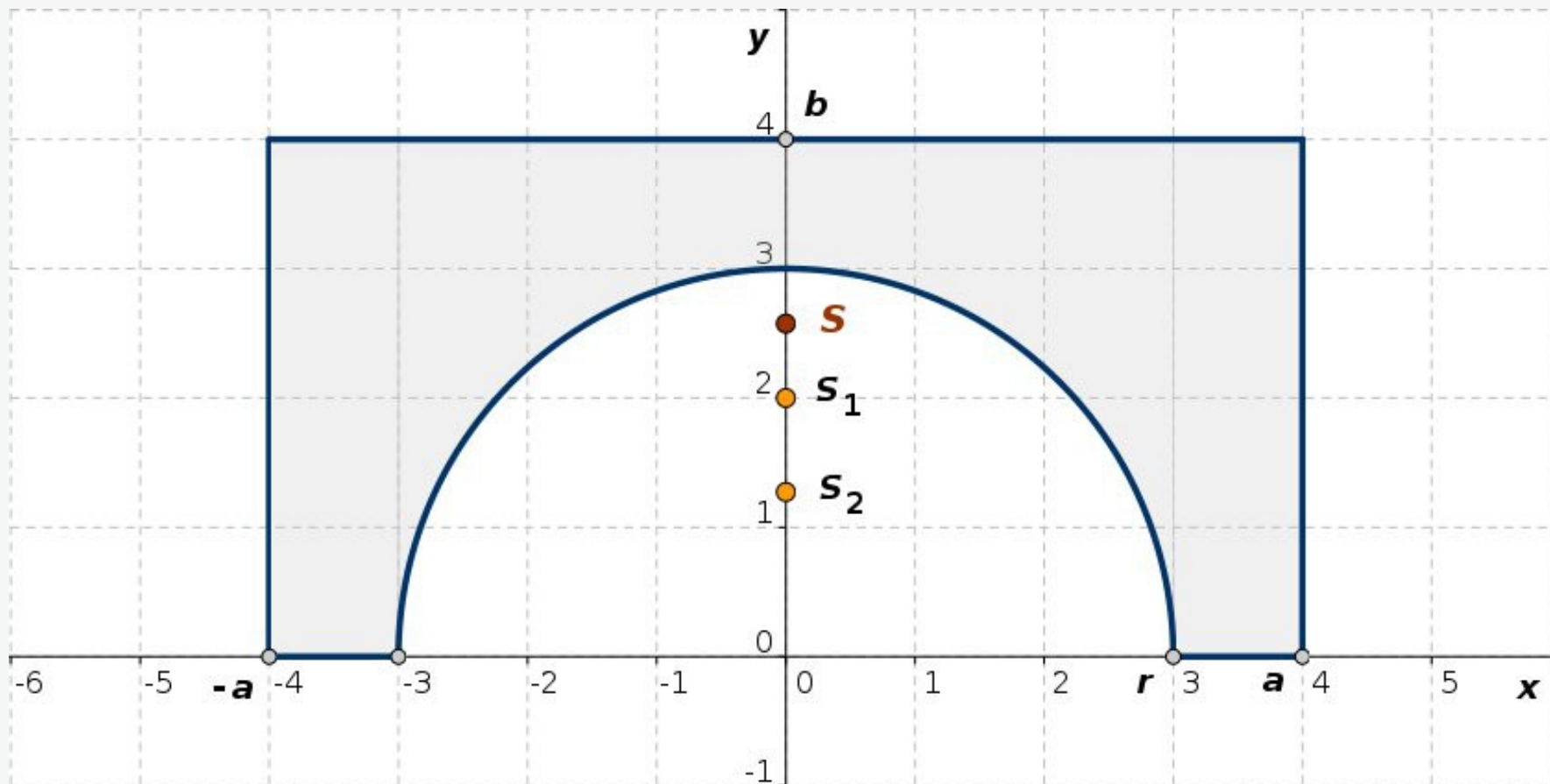


Abb. 15-5: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 4$, $b = 4$, $r = 3$ und befindet sich außerhalb der Fläche

$$a = 4, \quad b = 4, \quad r = 3 : \quad S = (0, 2.58)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

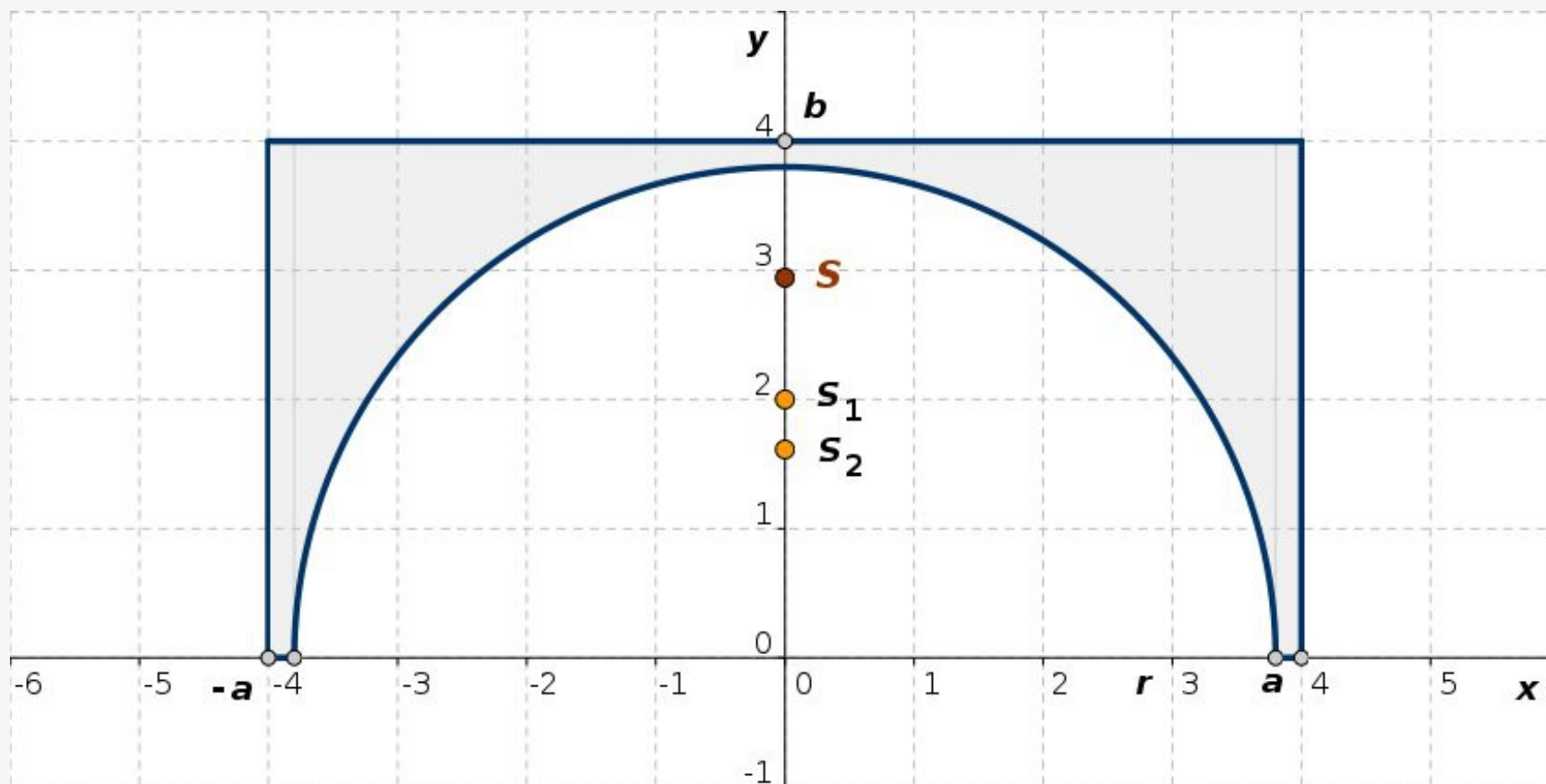


Abb. 15-6: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 4$, $b = 4$, $r = 3.8$

$$a = 4, \quad b = 4, \quad r = 3.8 : \quad S = (0, 2.94)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

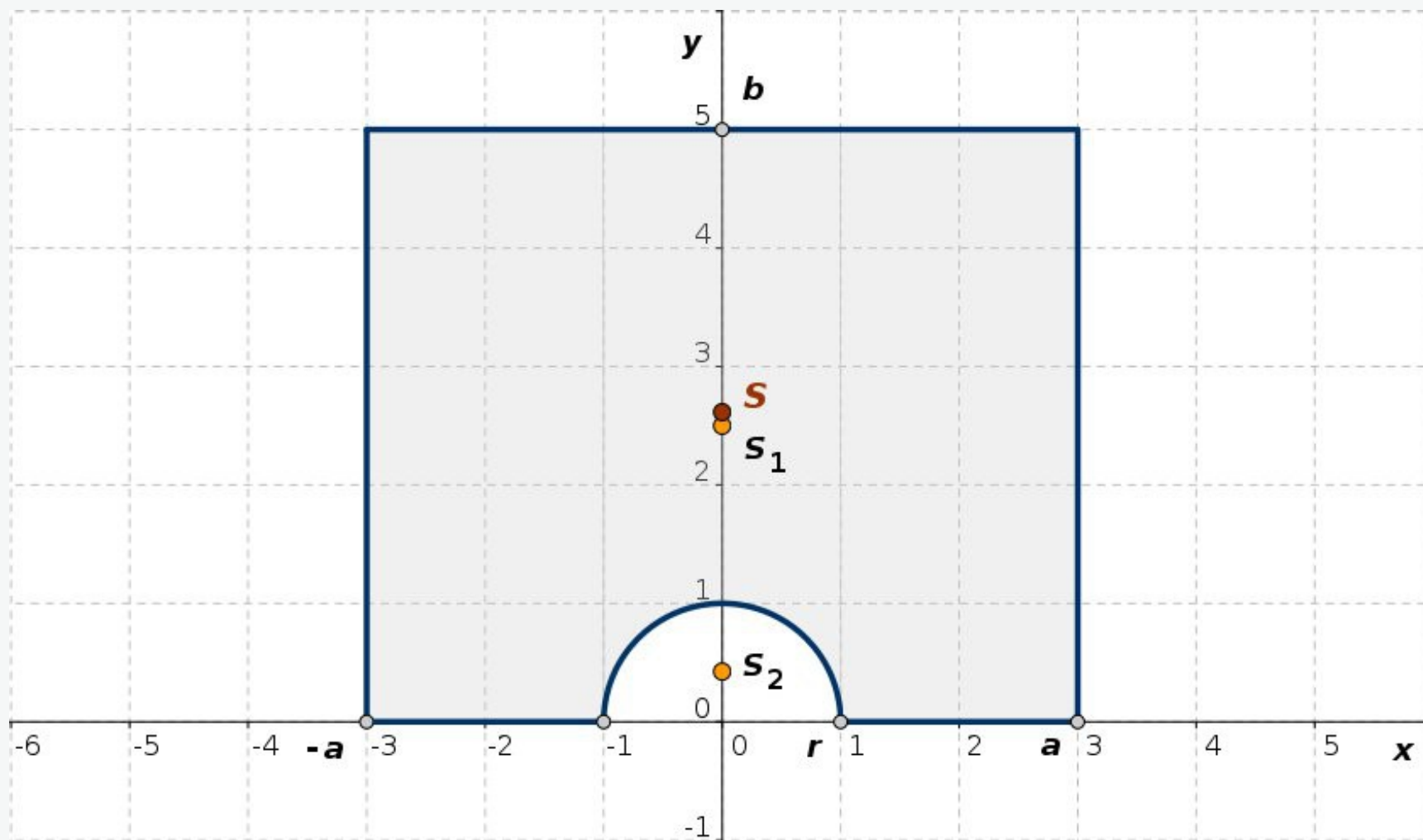


Abb. 15-7: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 3$, $b = 5$, $r = 1$

$$a = 3, \quad b = 5, \quad r = 1 : \quad S = (0, 2.61)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

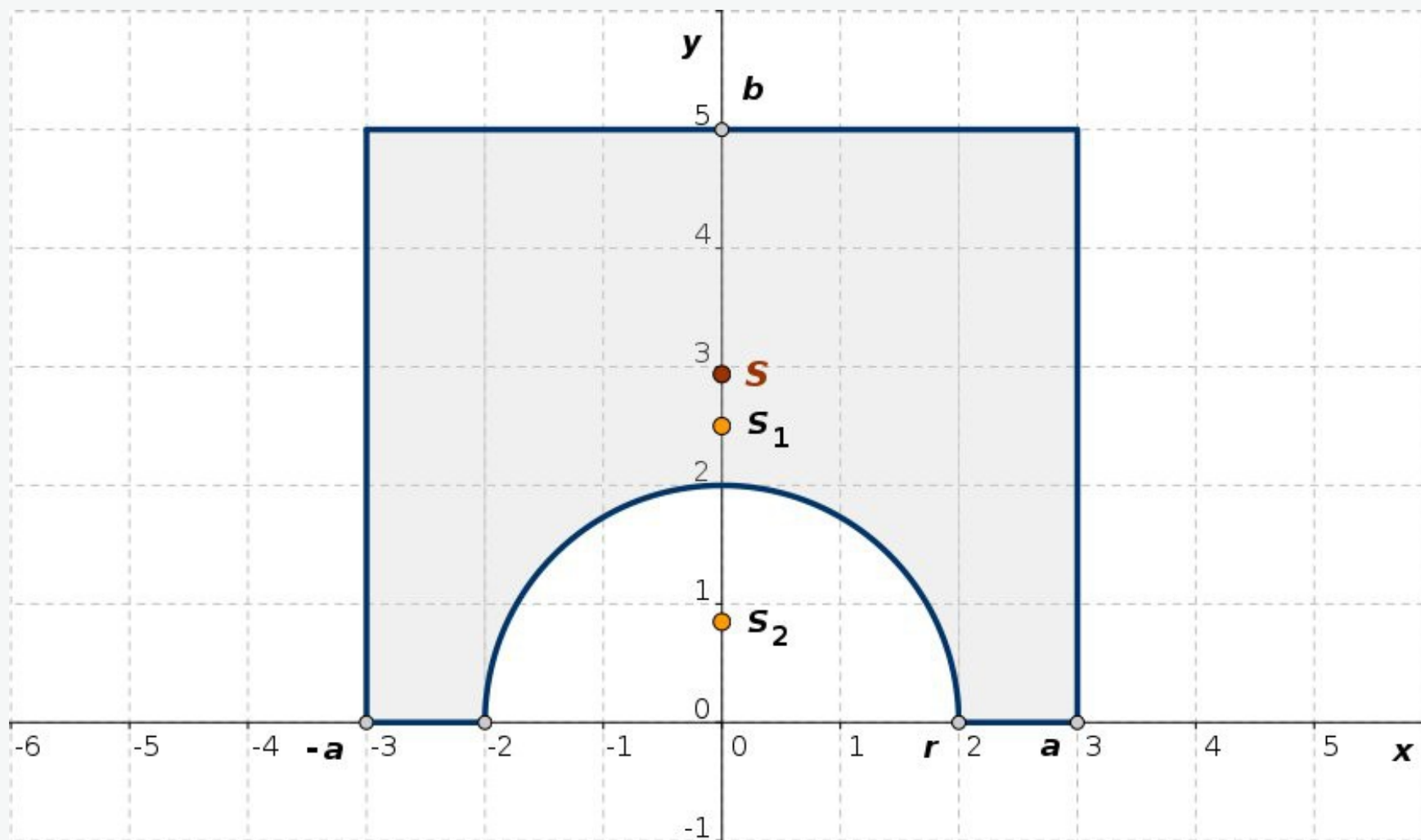


Abb. 15-7: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 3$, $b = 5$, $r = 2$

$$a = 3, \quad b = 5, \quad r = 2 : \quad S = (0, 2.94)$$

Zusammengesetzte Fläche: Beispiel

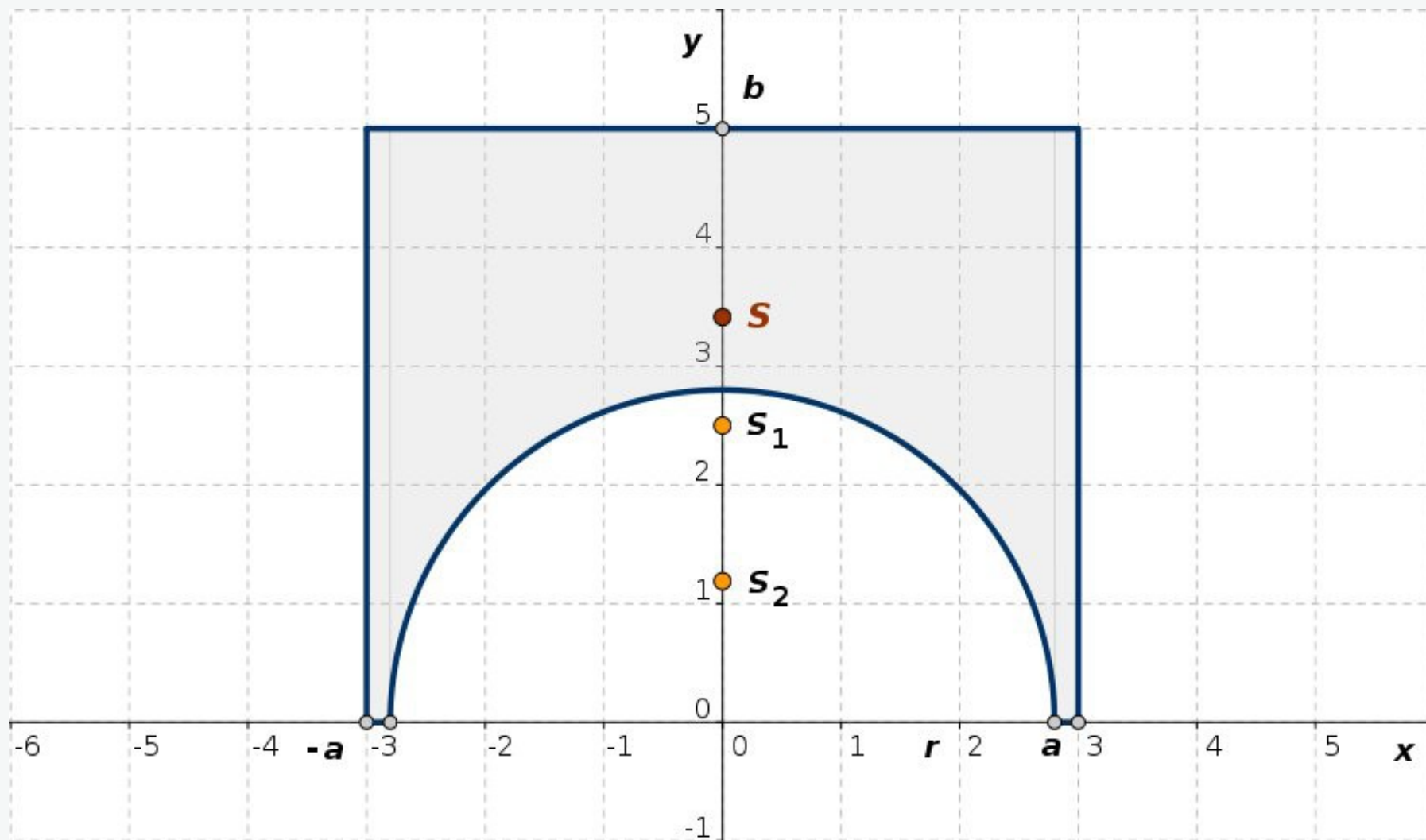


Abb. 15-9: Die Fläche mit eingezeichnetem Schwerpunkt S . Der Schwerpunkt entspricht den Werten: $a = 3$, $b = 5$, $r = 2.8$

$$a = 3, \quad b = 5, \quad r = 2.8 : \quad S = (0, 3.41)$$