http://www.fotocommunity.de/search?q=nusse&index=fotos&options=YToyOntzOjU6InN0YXJ0IjtpOjA7czo3OiJkaXNwbGF5IjtzOjg6IjIyNDIxMTI1Ijt9/pos/245

Differentialoperator

http://www.fotocommunity.de/search?q=nusse&index=fotos&options=YToyOntzOjU6InN0YXJ0IjtpOjA7czo3OiJkaXNwbGF5IjtzOjg6IjIyNDIxMTI1Ijt9/pos/210

Ein Differentialoperator ist in der Mathematik eine Abbildung, die einer Funktion eine Funktion zuordnet und die Ableitung nach einer oder mehreren Variablen enthält.

Der wichtigste Differentialoperator ist die gewöhnliche Ableitung, d.h. die Abbildung *d/dx* :

$$\frac{d}{dx} : \quad f \to \frac{d}{dx} f = \frac{df}{dx} = f\,'$$

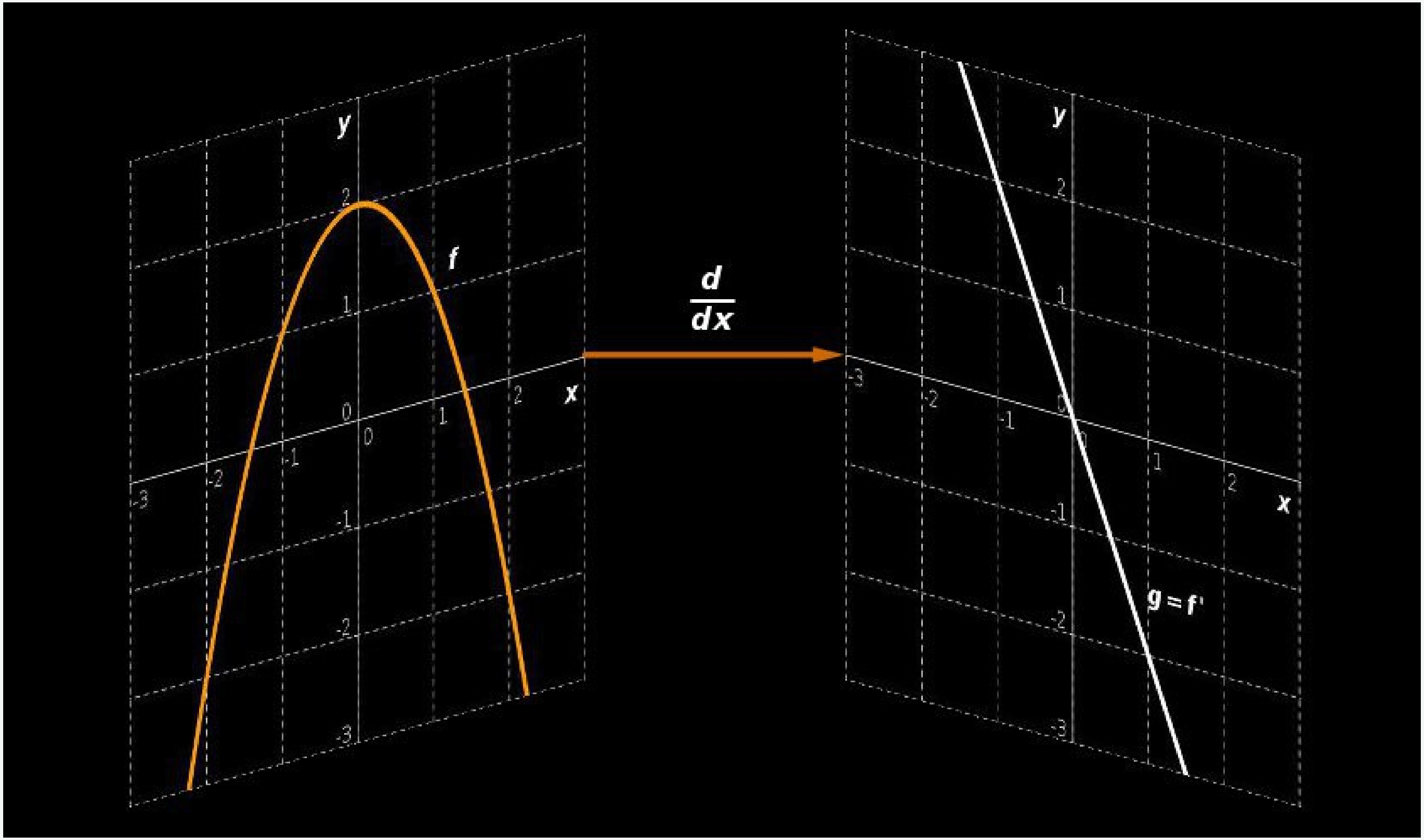

Abb. 1-1: Die Darstellung eines linearen Differentialoperators als eine Abbildung

$$f\,(x) = -x^2 + 2 \quad \rightarrow \left(\frac{d}{dx}\right) \rightarrow \quad g\,(x) = f\,'(x) = -2\,x$$

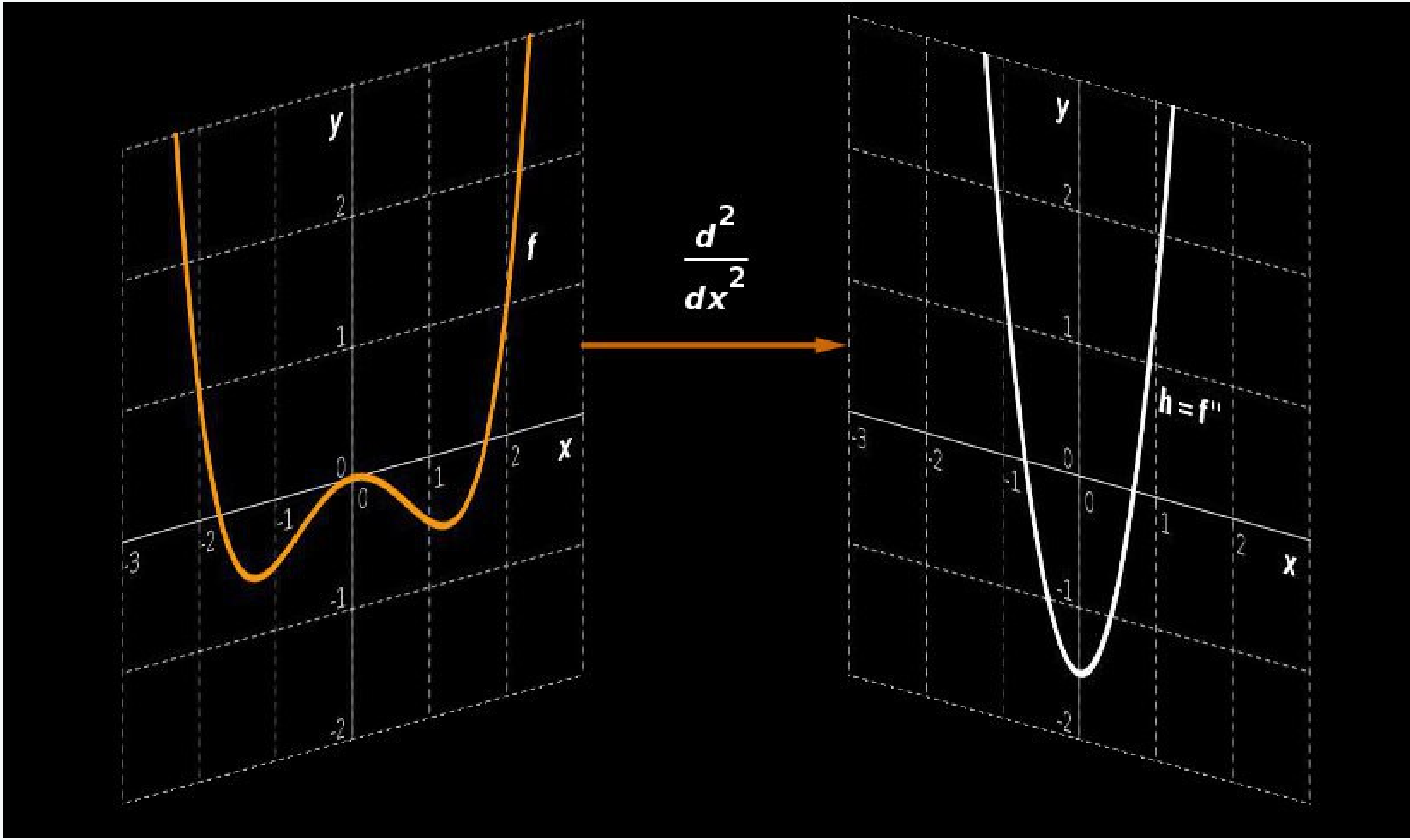

Abb. 1-2: Die Darstellung eines Differentialoperators zweiter Ordnung als eine Abbildung

$$f(x) = \frac{1}{4}\, x^2 (x^2 - 3) \quad \rightarrow \left(\frac{d^2}{dx^2} \right) \rightarrow \quad h(x) = f''(x) = 3\, x^2 - \frac{3}{2}$$

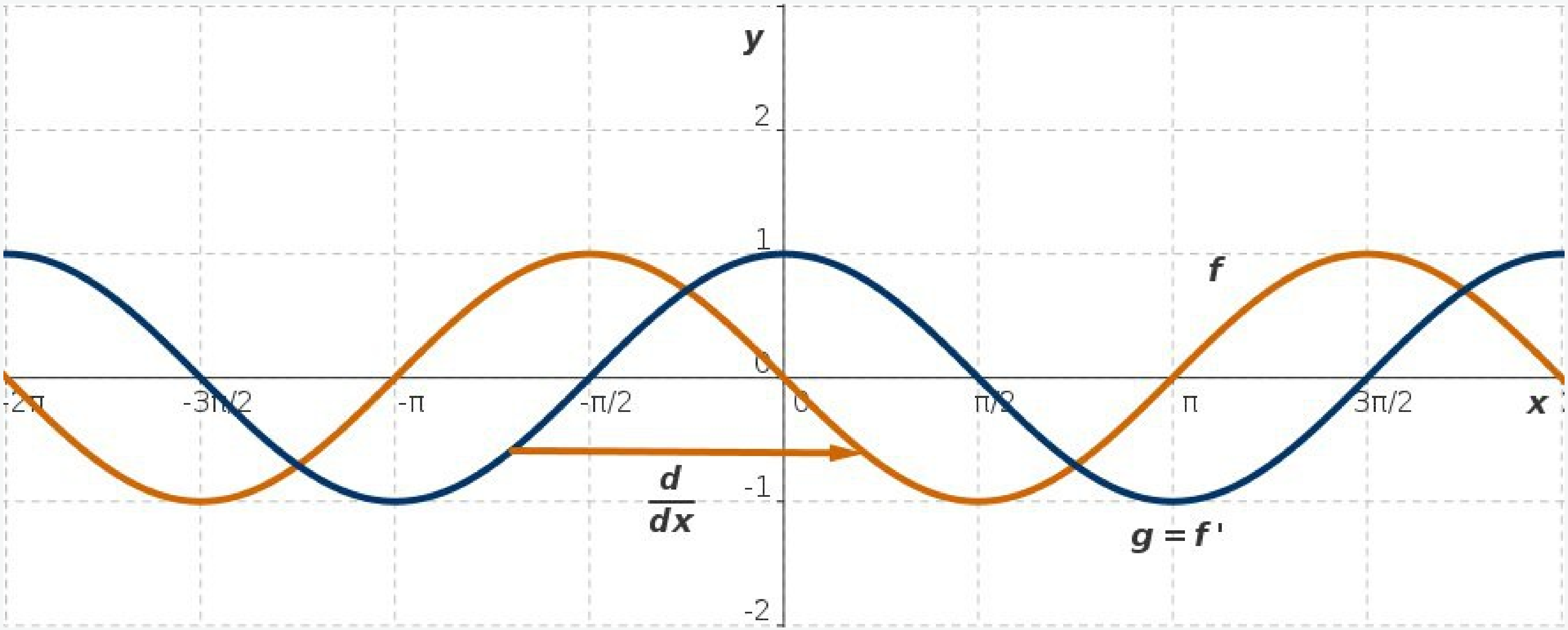

Abb. 1-2: Die Funktion $y = f(x)$ und ihre Ableitung $g = f'(x)$

$$\frac{d}{dx}: \quad f(x) = \cos x\,, \qquad g(x) = f'(x) = -\sin x$$

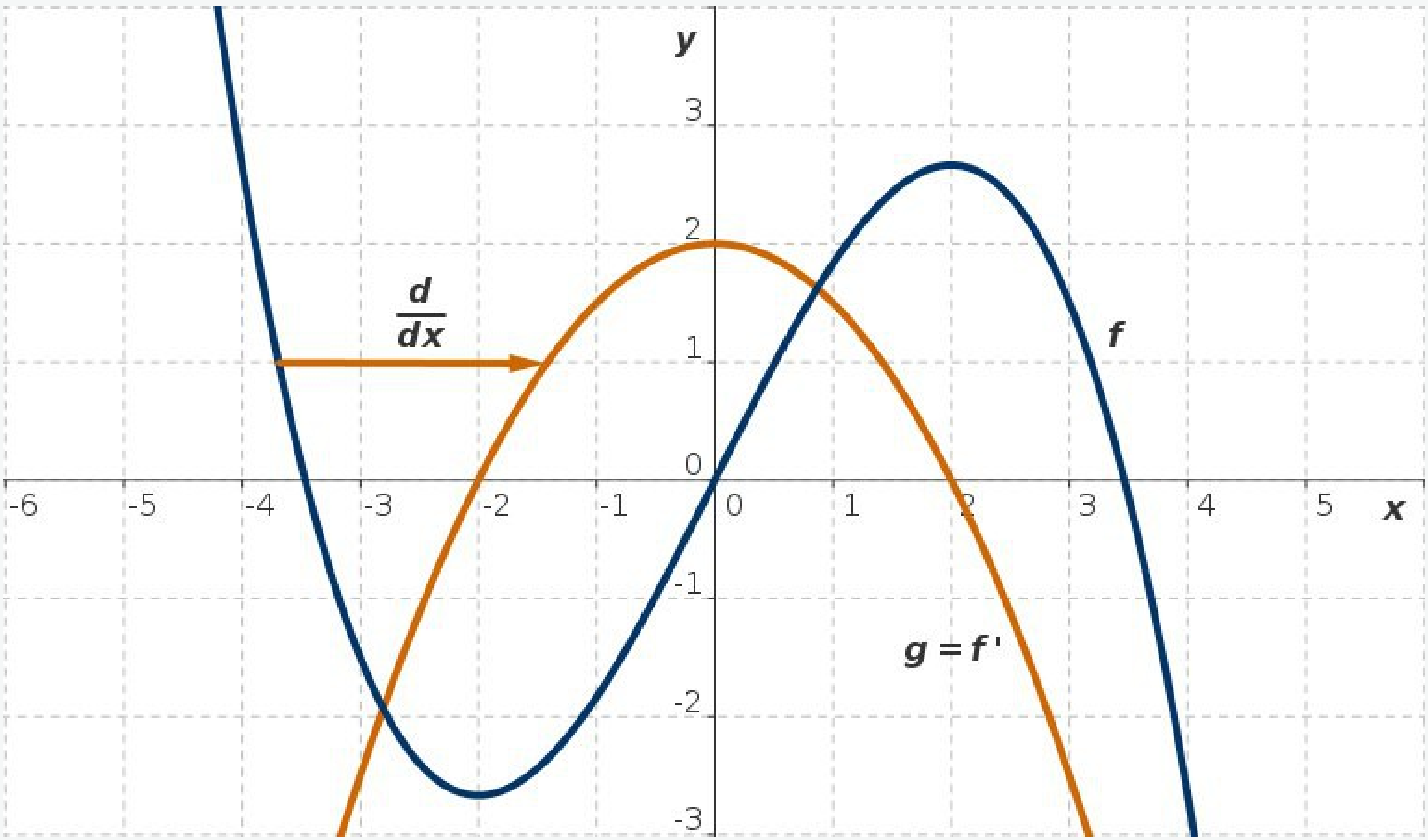

Abb. 1-3: Die Funktion $y = f(x)$ und ihre Ableitung $g = f'(x)$

$$\frac{d}{dx} : \quad f(x) = -\frac{x^3}{6} + 2x, \qquad g(x) = f'(x) = -\frac{x^2}{2} + 2$$

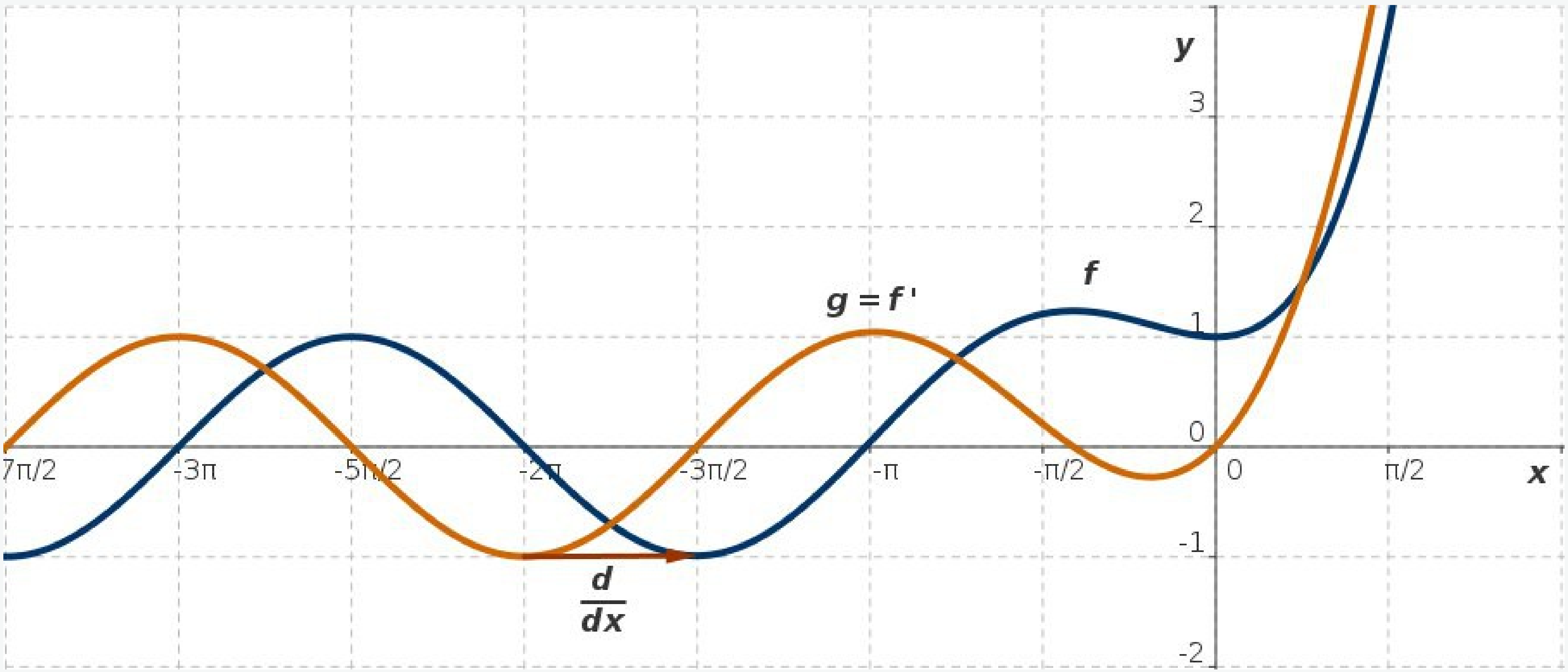

Abb. 1-4a: Die Funktion $y = f(x)$ und ihre Ableitung $g = f'(x)$

$$\frac{d}{dx}: \quad f(x) = e^{x} - \sin x, \qquad g(x) = f'(x) = e^{x} - \cos x$$

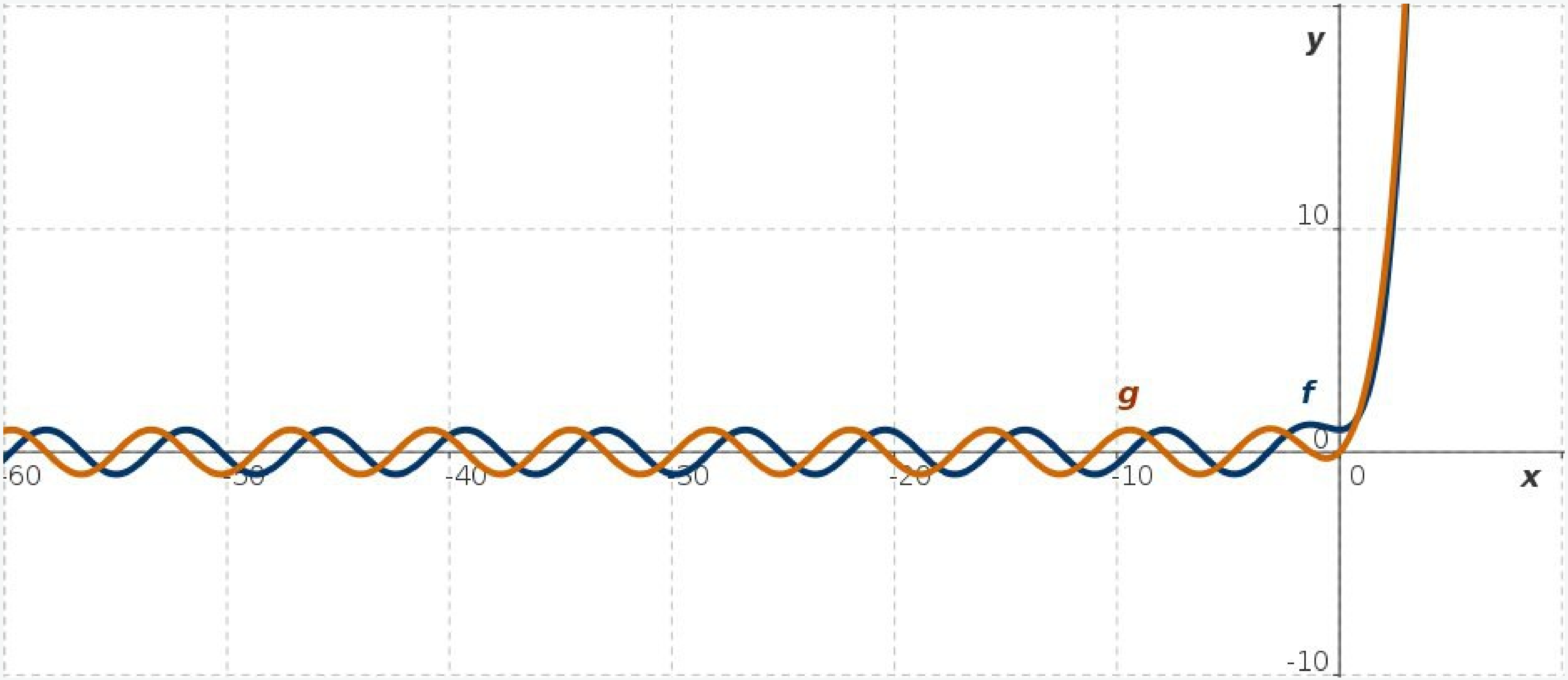

Abb. 1-4a: Die Funktion $y = f(x)$ und ihre Ableitung $g = f'(x)$

$$\frac{d}{dx}: \quad f(x) = e^{x} - \sin x\,, \qquad g(x) = e^{x} - \cos x$$

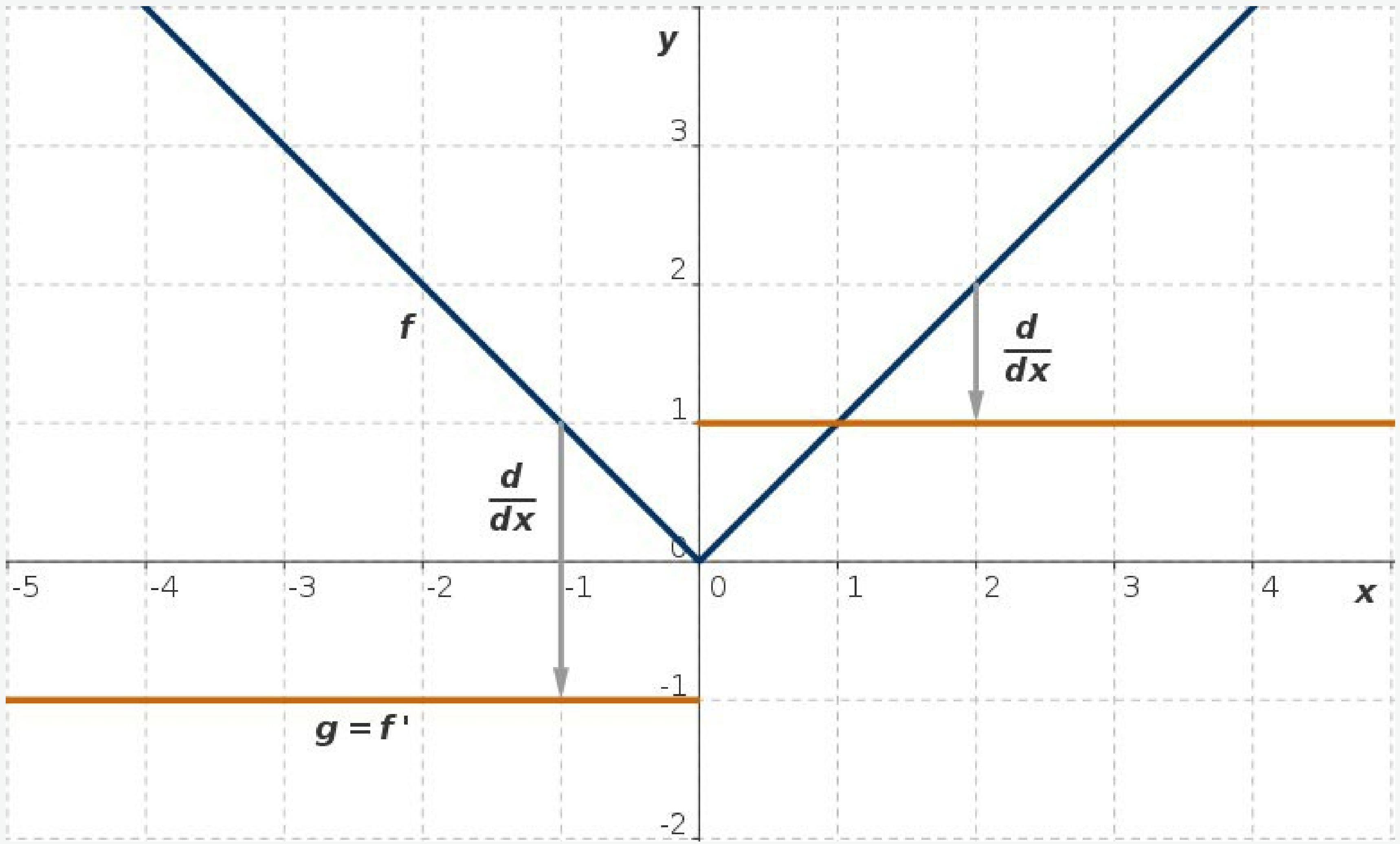

Abb. 1-3: Die Funktion $y = f(x)$ und ihre Ableitung $g = f'(x)$

$$f(x) = |x|$$

Die Funktion $y = f(x)$ ist eine stetige Funktion, die Ableitungsfunktion $y = g(x)$ ist im Punkt $O(0, 0)$ nicht stetig.

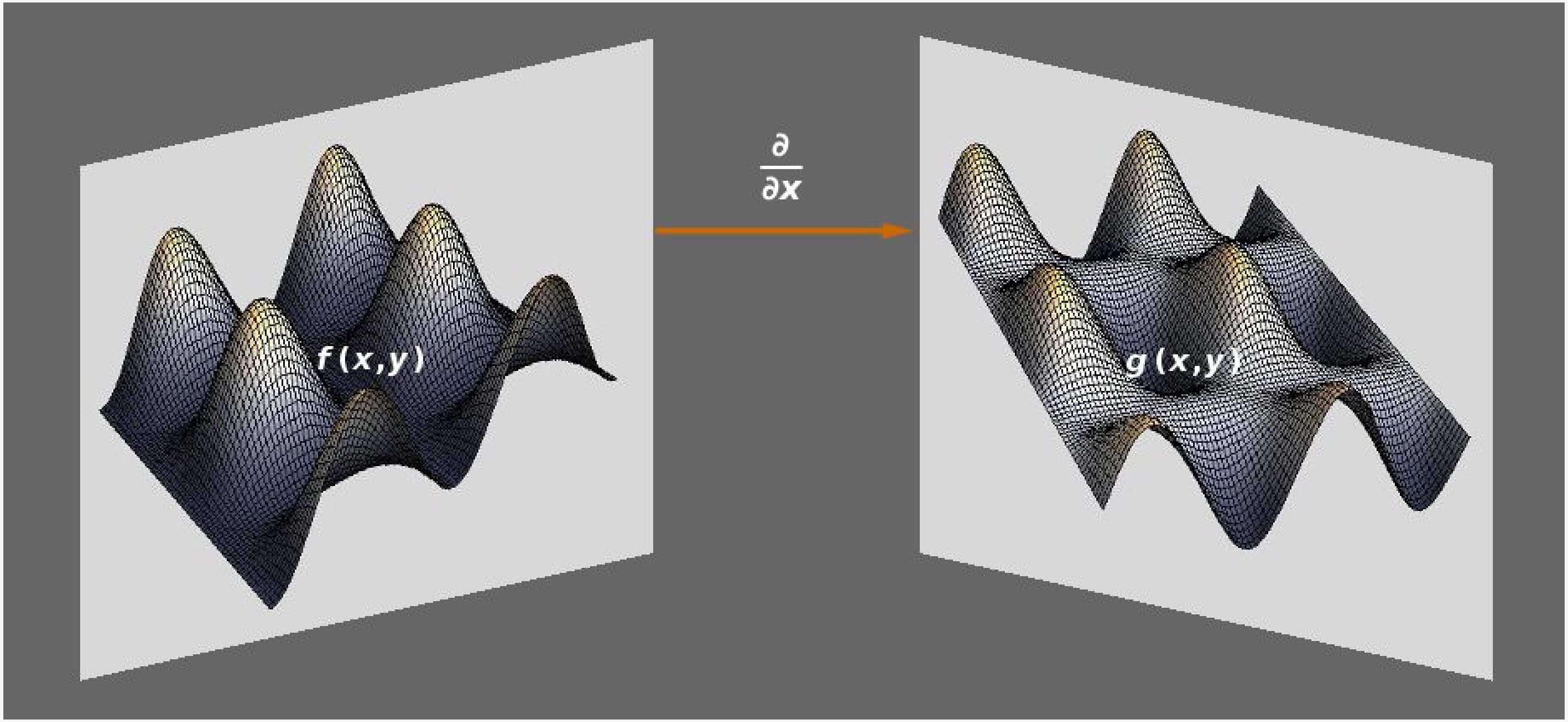

Abb. 2-1a: Darstellung eines linearen Differentialoperators: partielle Ableitung nach der Variablen x

$$f(x, y) = \sin^2 x \ \cos^2 y$$

$$g(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = 2 \sin x \cos x \ \cos^2 y = \sin(2x) \ \cos^2 y$$

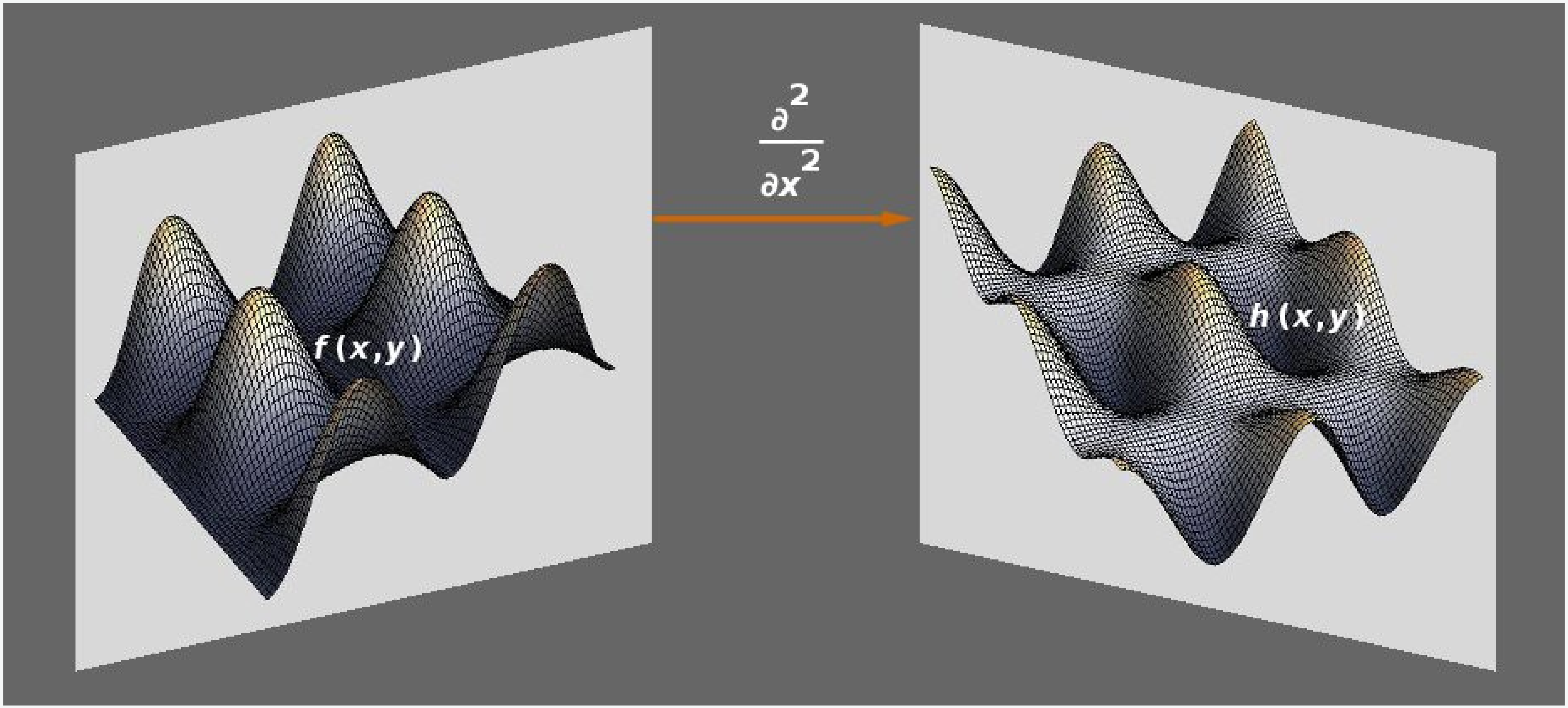

Abb. 2-1b: Darstellung eines Differentialoperatos: partielle Ableitung zweiter Ordnung nach der Variablen x

$$f(x, y) = \sin^2 x \ \cos^2 y$$

$$h(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ f(x, y) = 2\cos(2x) \ \cos^2 y$$

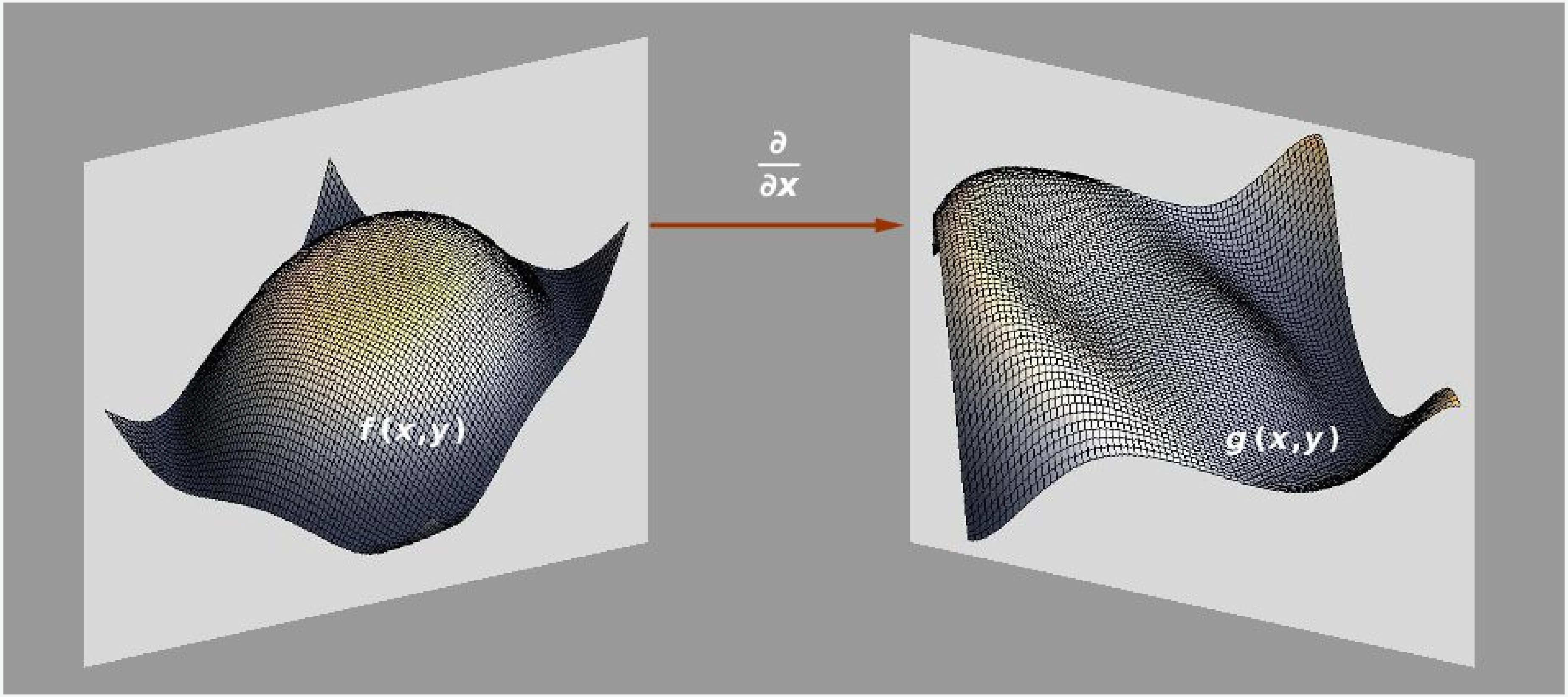

Abb. 2-2a: Darstellung eines linearen Differentialoperators: partielle Ableitung nach der Variablen x

$$f(x, y) = \cos(x^2 + y^2), \qquad x, y \in [-\pi/2, \pi/2]$$

$$g(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = -2x \sin(x^2 + y^2)$$

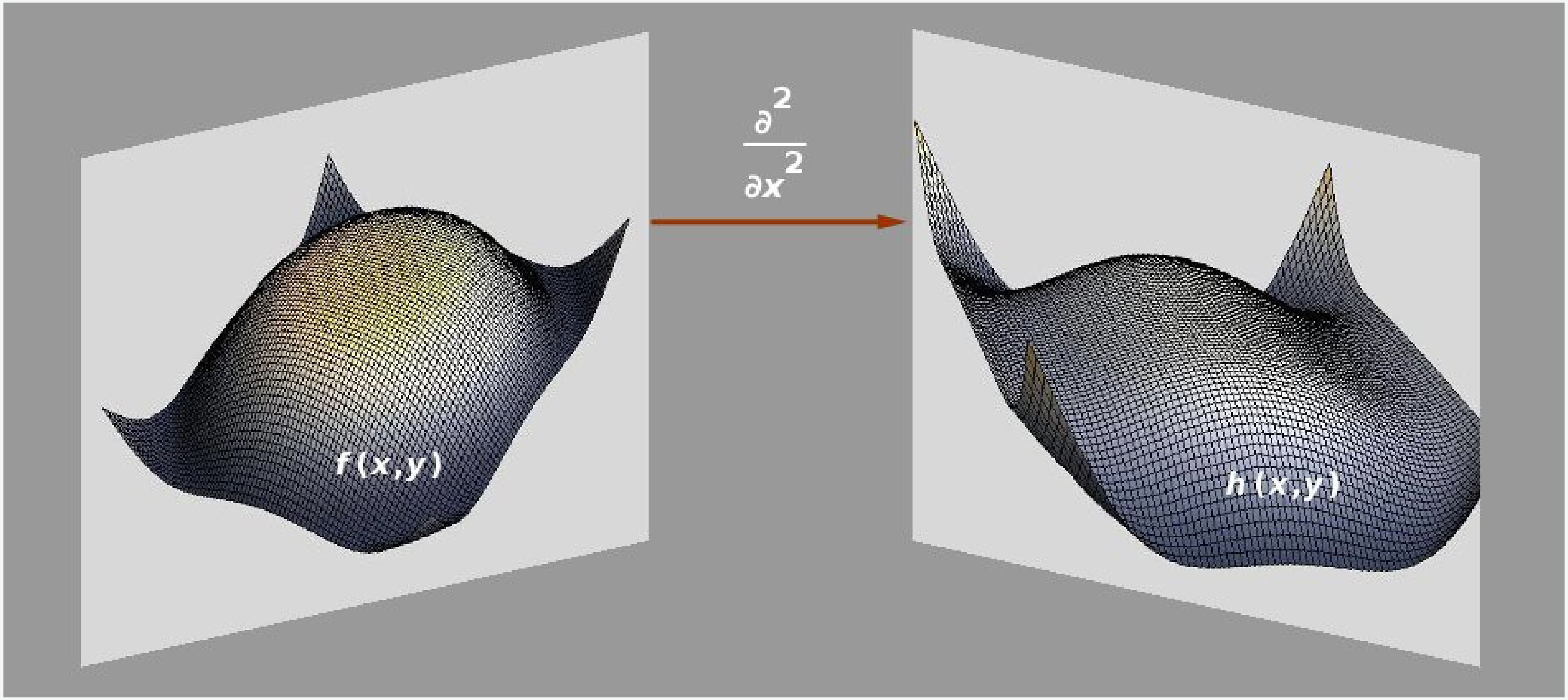

Abb. 2-2b: Darstellung eines Differentialoperators: partielle Ableitung zweiter Ordnung nach der Variablen x

$$f(x, y) = \cos(x^2 + y^2), \qquad x, y \in [-\pi/2, \pi/2]$$

$$h(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) = -2\sin(x^2 + y^2) - 4x^2\cos(x^2 + y^2)$$

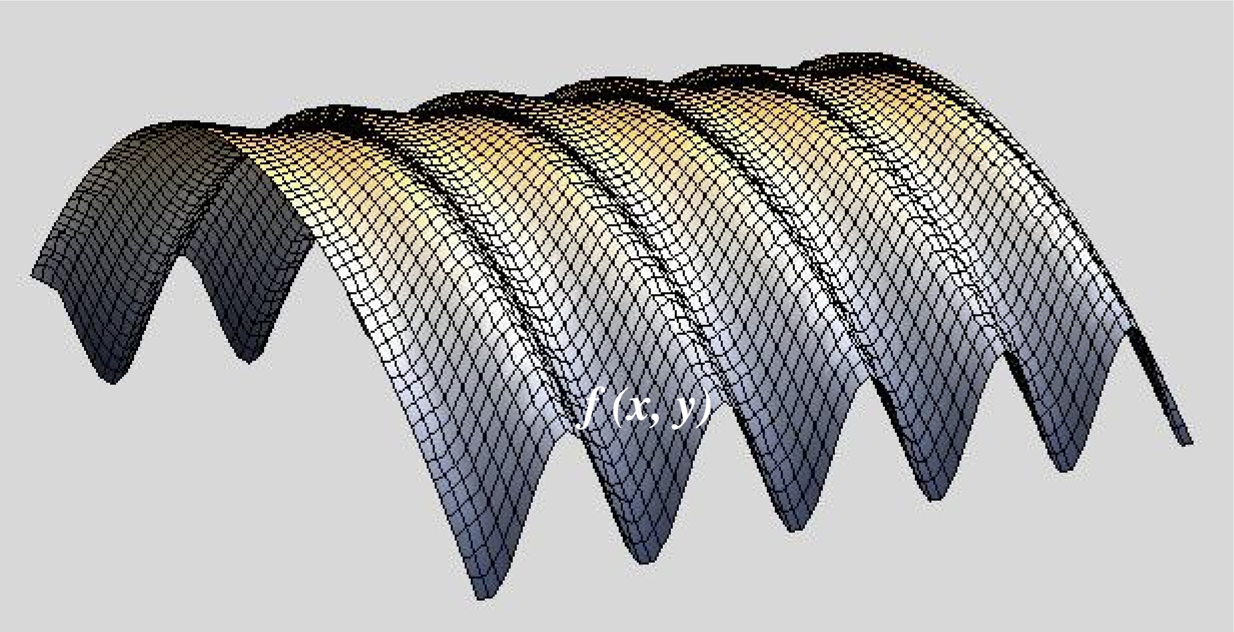

Abb. 2-3a: Darstellung einer Funktion $z = f(x, y)$

$$f(x, y) = 6 - x^2 + 4\cos(4y)$$

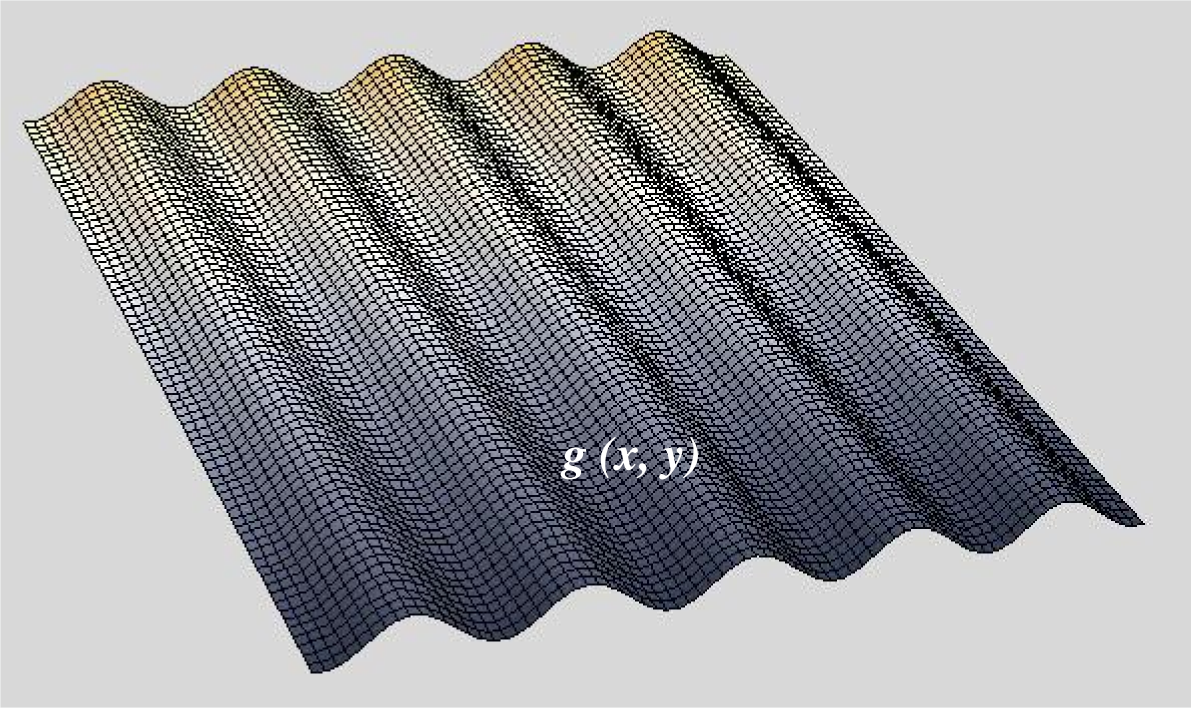

Abb. 2-3b: Darstellung der ersten partiellen Ableitung der Funktion $z = g(x, y) = f'(x, y)$ nach der Variablen y

$$f(x, y) = 6 - x^2 + 4\cos(4y)$$

$$g(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = -16\sin(4y)$$