



<http://lifeboat.com/images/big.bang.jpg>

Divergenz eines Vektorfeldes mit Maple

Definition der Divergenz



Definition:

Unter der Divergenz eines Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} F_x(x, y, z) \\ F_y(x, y, z) \\ F_z(x, y, z) \end{pmatrix}$$

versteht man das skalare Feld

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \operatorname{div} \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Die Divergenz gibt als skalare Funktion die Dichte der Quellen des Vektorfeldes an jedem beliebigen Koordinatenpunkt an.

Divergenz eines Vektorfeldes mit Maple: Beispiel 1

Die Divergenz eines Vektorfeldes wird in Maple durch den Befehl `diverge` berechnet, dabei wird neben dem Vektorfeld auch der Vektor der Variablen gegeben. Der `diverge`-Befehl befindet sich im `linalg`-Paket.

Beispiel 1:

Bestimmen Sie die Divergenz des Ortsvektors in Ebene und Raum

$$a) \vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad b) \vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

```
vf:= [x, y];           [x, y]
with(linalg):
diverge(vf, [x,y]);    2

vf:= [x, y, z];       [x, y, z]
with(linalg):
diverge(vf, [x,y,z]); 3
```

Wir bestimmen Sie die Divergenz des Vektorfeldes

$$\vec{F} = \frac{x \vec{i} + y \vec{j}}{x^2 + y^2}$$

```
vf:= [x/(x^2 + y^2), y/(x^2 + y^2)];
```

$$\left[\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right]$$

```
with(linalg):
```

```
diverge(vf, [x,y]);
```

$$\frac{2}{x^2 + y^2} - \frac{2x^2}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{2y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

```
normal(%);
```

0

Divergenz eines Vektorfeldes mit Maple: Beispiel 3

Wir bestimmen Sie die Divergenz des Vektorfeldes F im Punkt P :

$$\vec{F} = x y z \vec{i} + x z \vec{j} + z \vec{k}, \quad P = (7, 3, -2)$$

```
vf:= [x y z, x z, k];  
      [x y z, x z, k]  
with(linalg):  
d1:= diverge(vf, [x,y,z]);  
      1 + y z  
subs:= (x=7, y=3, z=-2, d1);  
      -5
```