

<http://www.flickr.com/photos/sigfrid/3337893089/>

Quadratische Funktionen: Aufgaben

Quadratische Funktionen: Aufgabe 1



Gegeben ist die Normalparabel $y = x^2$. Verschieben Sie den Graphen der Parabel um

- a) eine Einheit in die positive Richtung der y -Achse
- b) 2 Einheiten in die negative Richtung der y -Achse
- c) 4 Einheiten in die positive Richtung der x -Achse
- d) 2 Einheiten in die negative Richtung der x -Achse

und schreiben Sie für jeden Fall die analytische Gleichung der Parabel auf.

Quadratische Funktionen: Lösung 1 a,b

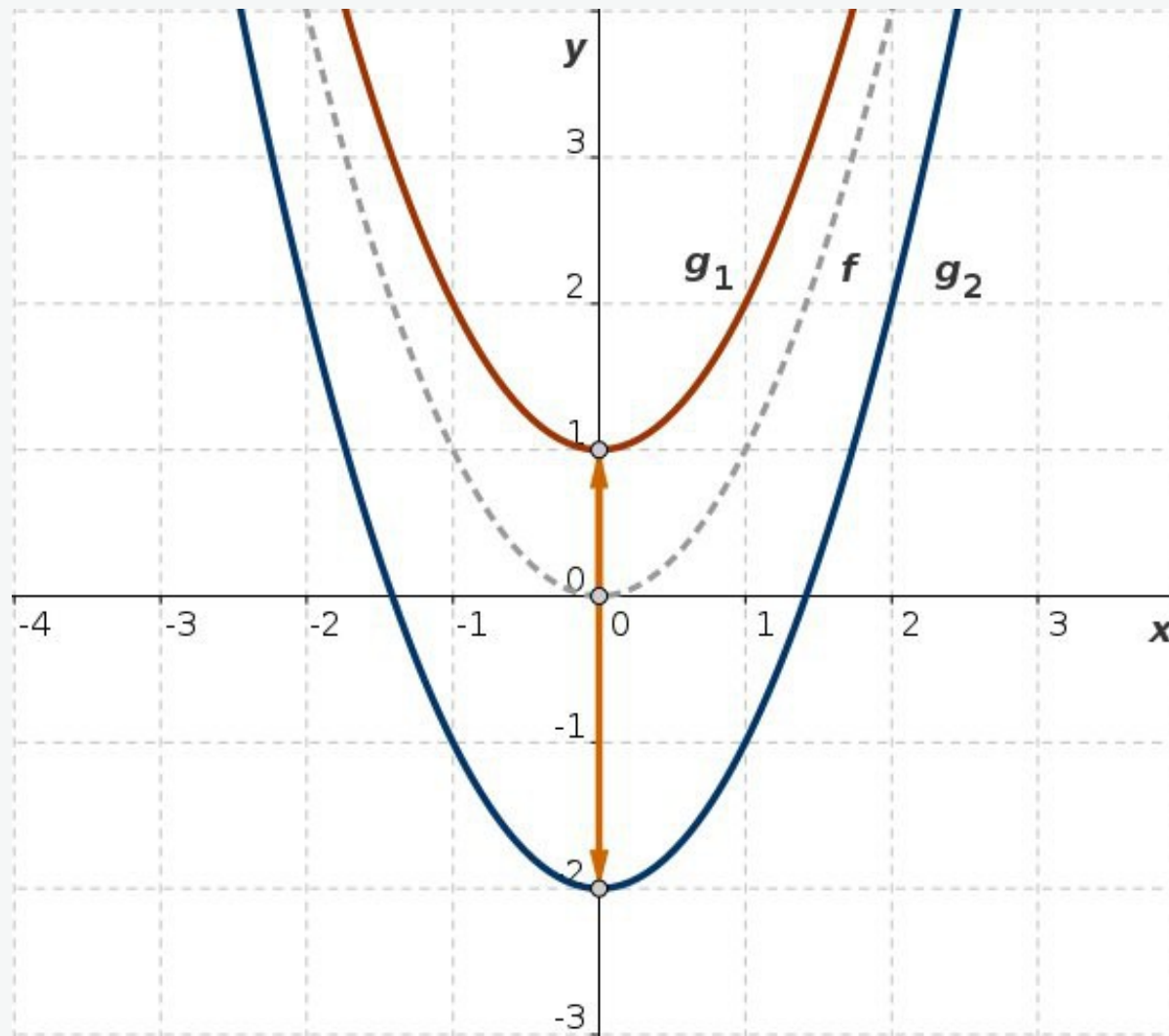


Abb. L1-1: Graphische Darstellung der Funktionen

- a) eine Einheit in die positive Richtung der y-Achse: $g_1(x) = x^2 + 1$
b) 2 Einheiten in die negative Richtung der y-Achse: $g_2(x) = x^2 - 2$

Quadratische Funktionen: Lösung 1 c,d

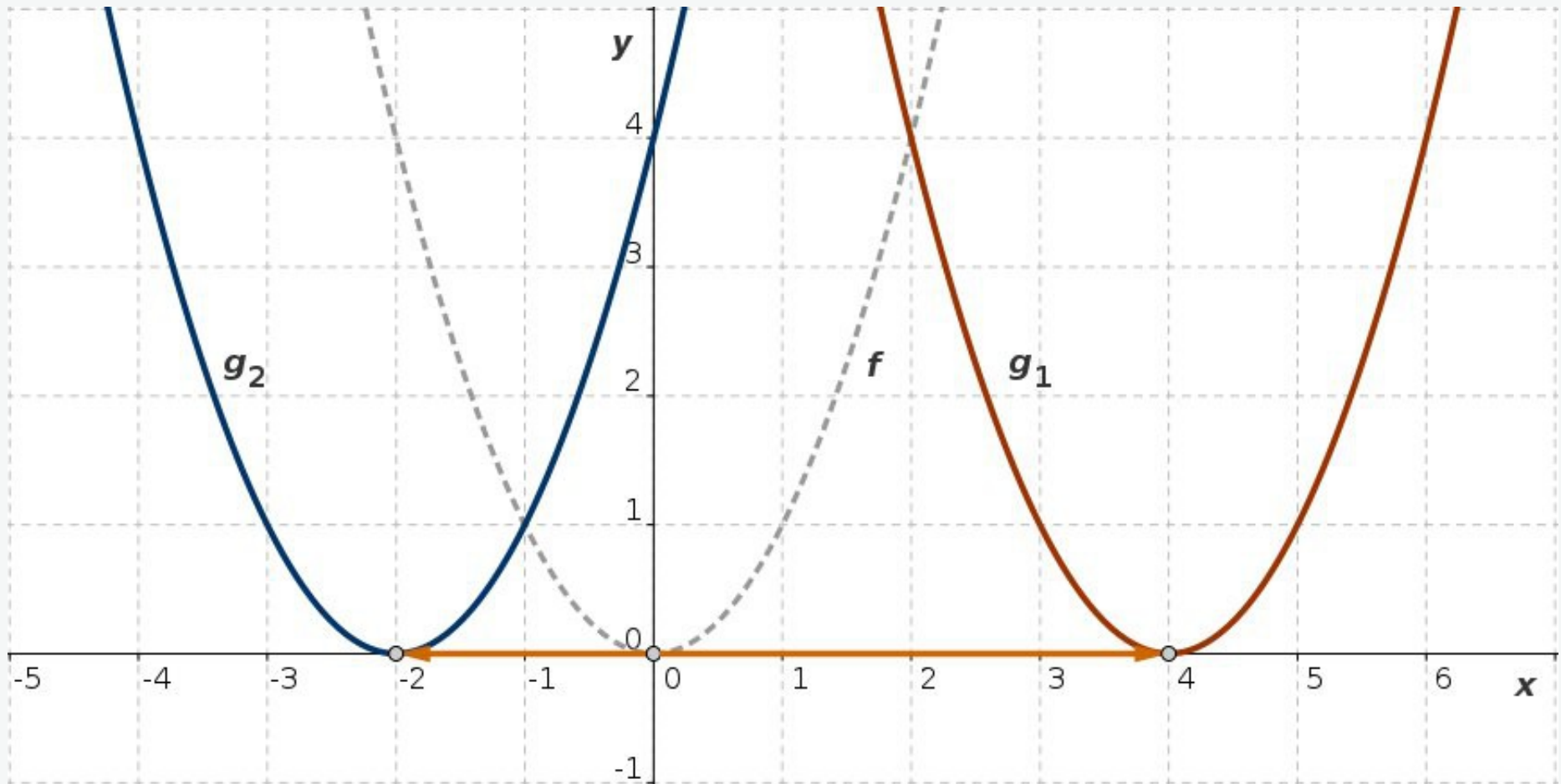


Abb. L1-2: Graphische Darstellung der Funktionen

c) 4 Einheiten in die positive Richtung der x -Achse: $g_1(x) = (x - 4)^2$

d) 2 Einheiten in die negative Richtung der x -Achse: $g_2(x) = (x + 2)^2$



Aufgabe 2:

Welchen Verschiebungen des Graphen der Normalparabel $y = x^2$ entsprechen folgende Funktionen

$$a) \quad y = (x - 2)^2 + 1$$

$$b) \quad y = (x + 1)^2 - 4$$

$$c) \quad y = (x - 3)^2 - 4$$

Aufgabe 3:

Wie muss man den Graphen der Normalparabel $y = x^2$ in Richtung der Koordinatenachsen verschieben, damit die Funktionsgleichung folgende Form hat

$$a) \quad y = x^2 - 8x + 7$$

$$b) \quad y = x^2 + 4x + 3$$

$$c) \quad y = x^2 - x + \frac{1}{2}$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes in allen Fällen.

Quadratische Funktionen: Lösungen 2a

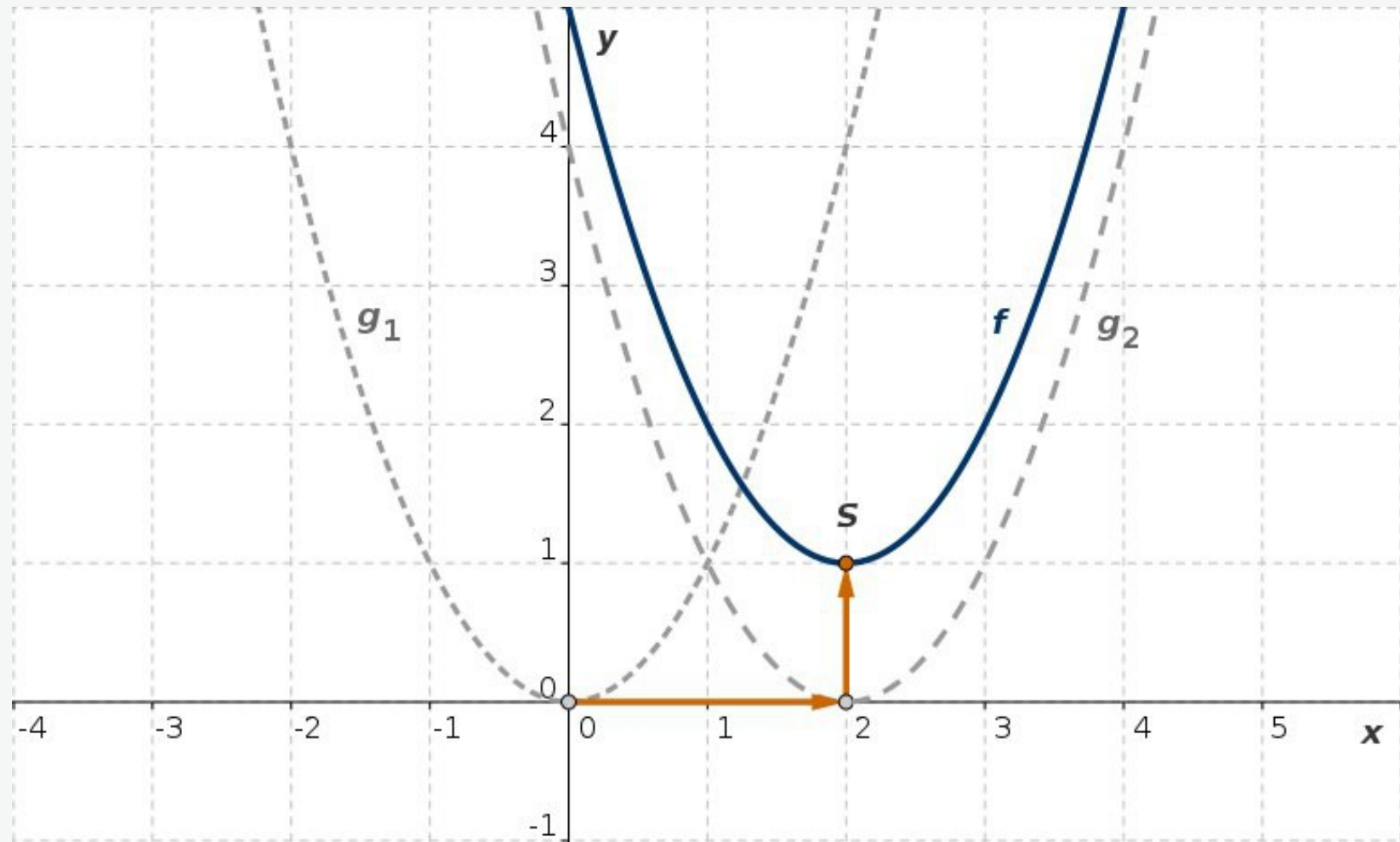


Abb. L2a: Graphische Darstellung der Funktionen

$$g_1(x) = x^2 \quad \rightarrow \quad g_2(x) = (x - 2)^2 \quad \rightarrow \quad f(x) = (x - 2)^2 + 1$$

Quadratische Funktionen: Lösungen 2b

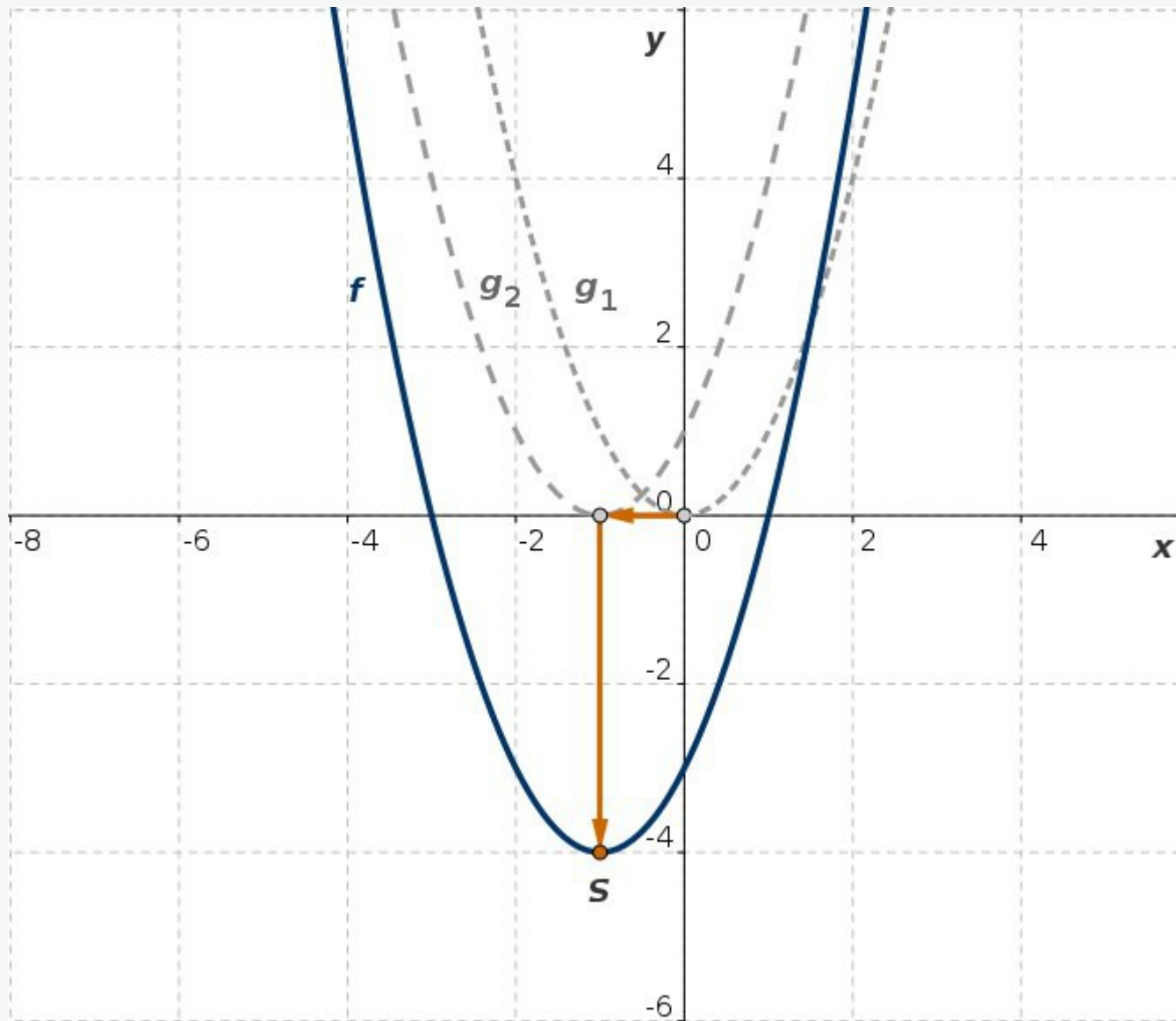


Abb. L2b: Graphische Darstellung der Funktionen

$$g_1(x) = x^2 \quad \rightarrow \quad g_2(x) = (x + 1)^2 \quad \rightarrow \quad f(x) = (x + 1)^2 - 4$$

Quadratische Funktionen: Lösung 2c

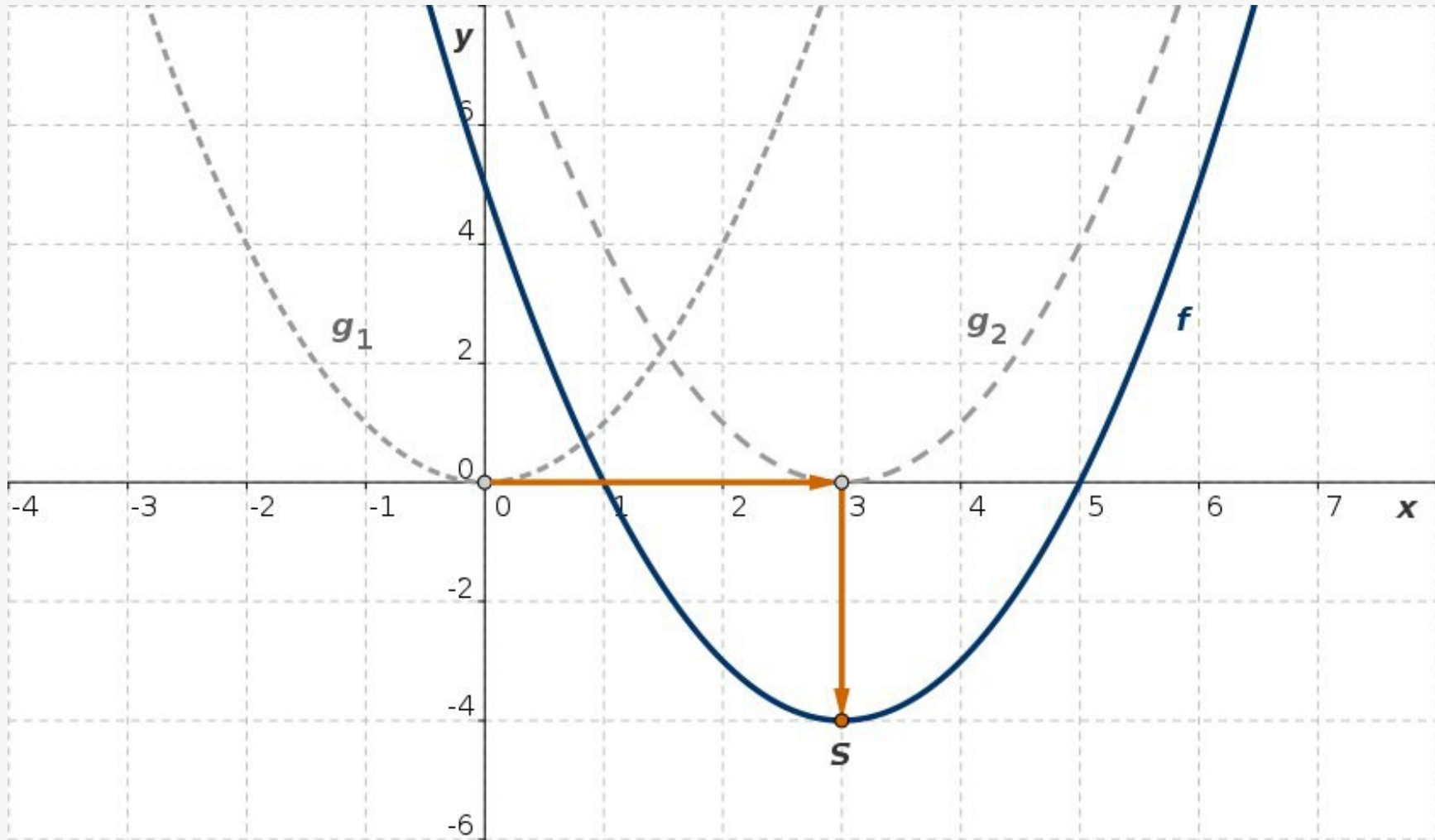


Abb. L2c: Graphische Darstellung der Funktionen

$$g_1(x) = x^2 \quad \rightarrow \quad g_2(x) = (x - 3)^2 \quad \rightarrow \quad f(x) = (x - 3)^2 - 4$$

Quadratische Funktionen: Lösung 3

$$\begin{aligned} a) \quad y &= x^2 - 8x + 7 = x^2 - 2 \cdot 4x + 7 = \\ &= x^2 - 2 \cdot 4x + (16 - 16) + 7 = \\ &= [x^2 - 2 \cdot 4x + 16] + [7 - 16] = (x - 4)^2 - 9 \end{aligned}$$

$$1) \quad y = x^2$$

2) 4 Einheiten in die positive Richtung der x -Achse:

$$y = (x - 4)^2$$

3) 9 Einheiten in die negative Richtung der y -Achse:

$$y = (x - 4)^2 - 9, \quad S(4, -9)$$

$$b) \quad y = x^2 + 4x + 3 = (x + 2)^2 - 1, \quad S(-2, -1)$$

$$c) \quad y = x^2 - x + \frac{1}{2} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}, \quad S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

Quadratische Funktionen: Aufgabe 4



Bestimmen Sie die Scheitelpunkte folgender Funktionen

$$a) f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$b) f(x) = x^2 + 6x + 7$$

$$c) f(x) = x^2 + 4x + 6$$

$$d) f(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{7}{2}$$

$$e) f(x) = -2x^2 - 4x$$

$$f) f(x) = -\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2}$$

durch Darstellung in der Form

$$y = a(x - m)^2 + n$$

Zeichnen Sie diese Funktionen entsprechend zu

$$g_1(x) = ax^2 \quad \rightarrow \quad g_2(x) = a(x - m)^2 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow f(x) = a(x - m)^2 + n$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4a

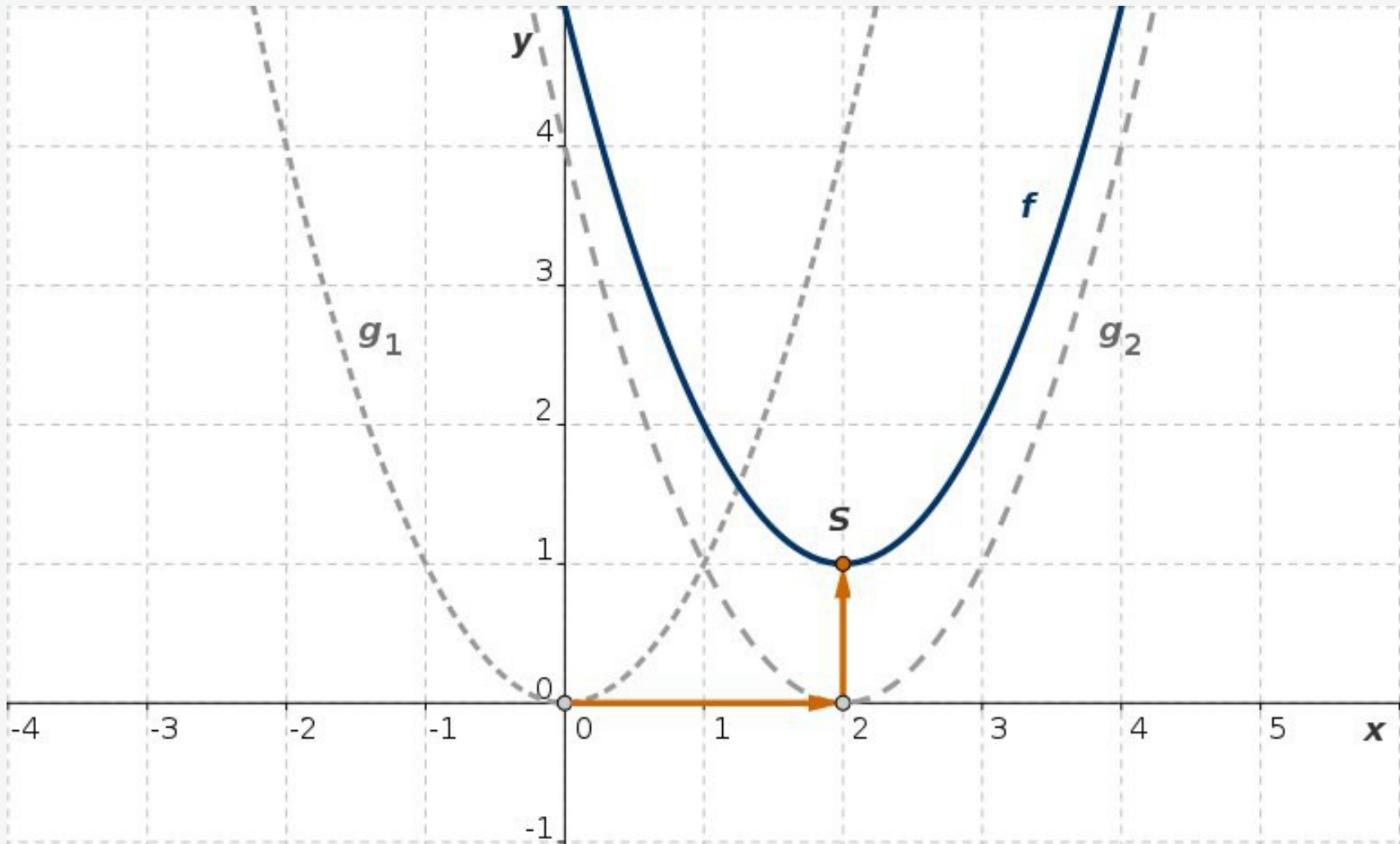


Abb. L4-1: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1, \quad S = (2, 1)$$

$$g_1(x) = x^2, \quad g_2(x) = (x - 2)^2, \quad f(x) = (x - 2)^2 + 1$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4b

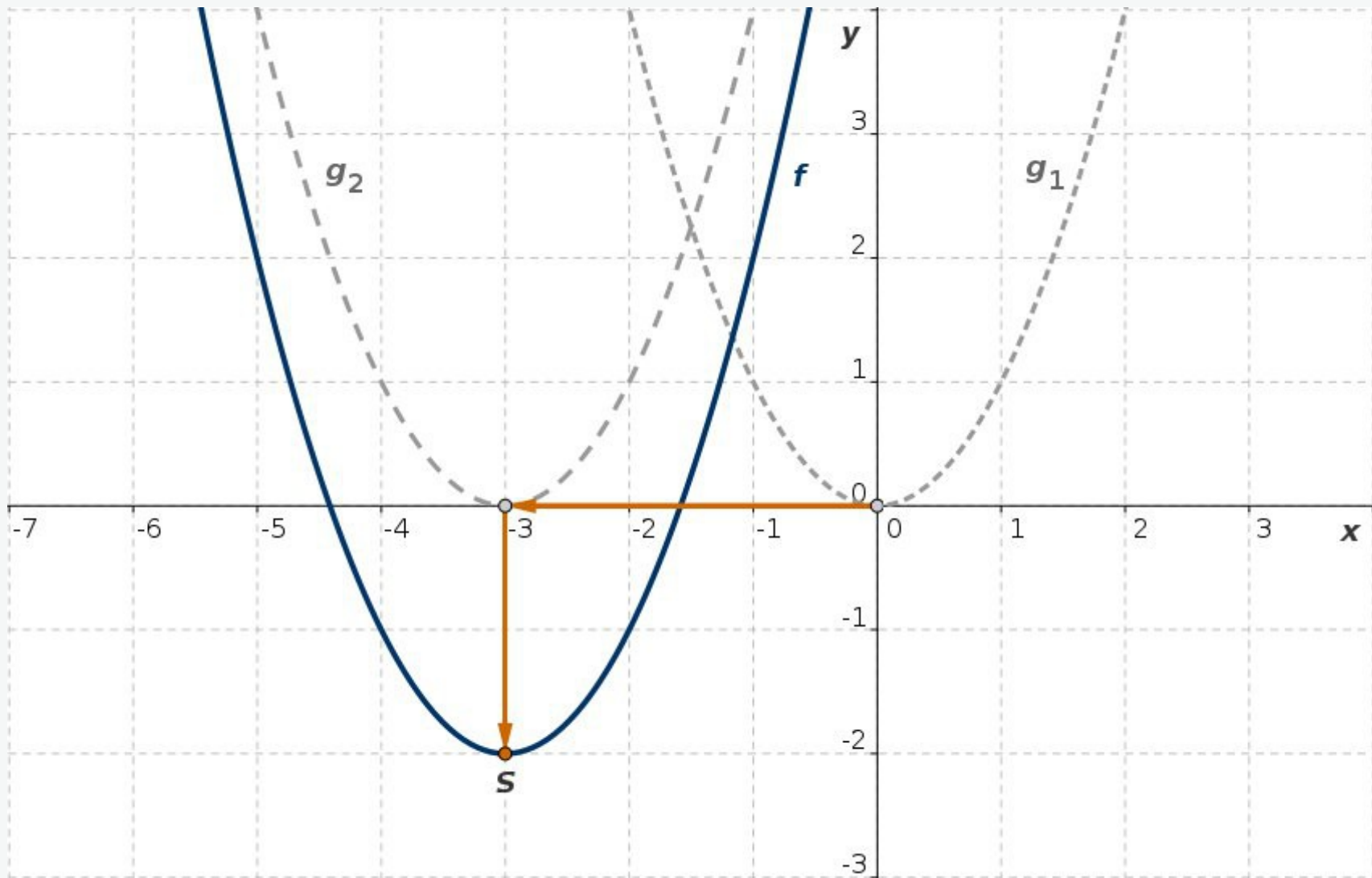


Abb. L4-2: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = x^2 + 6x + 7 = (x + 3)^2 - 2, \quad S = (-3, -2)$$

$$g_1(x) = x^2, \quad g_2(x) = (x + 3)^2, \quad f(x) = (x + 3)^2 - 2$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4c

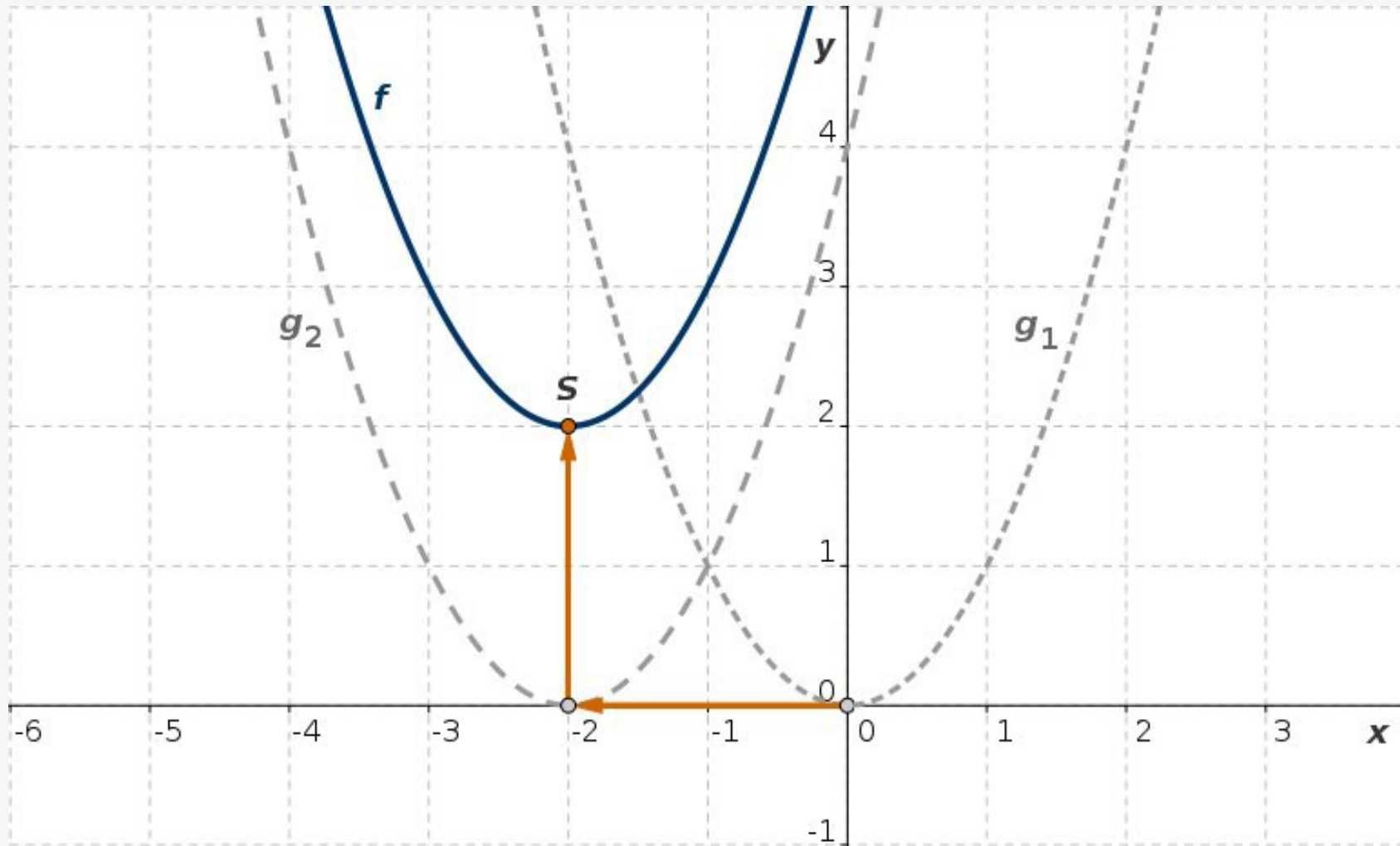


Abb. L4-3: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = x^2 + 4x + 6 = (x + 2)^2 + 2, \quad S = (-2, 2)$$

$$g_1(x) = x^2, \quad g_2(x) = (x + 2)^2, \quad f(x) = (x + 2)^2 + 2$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4d

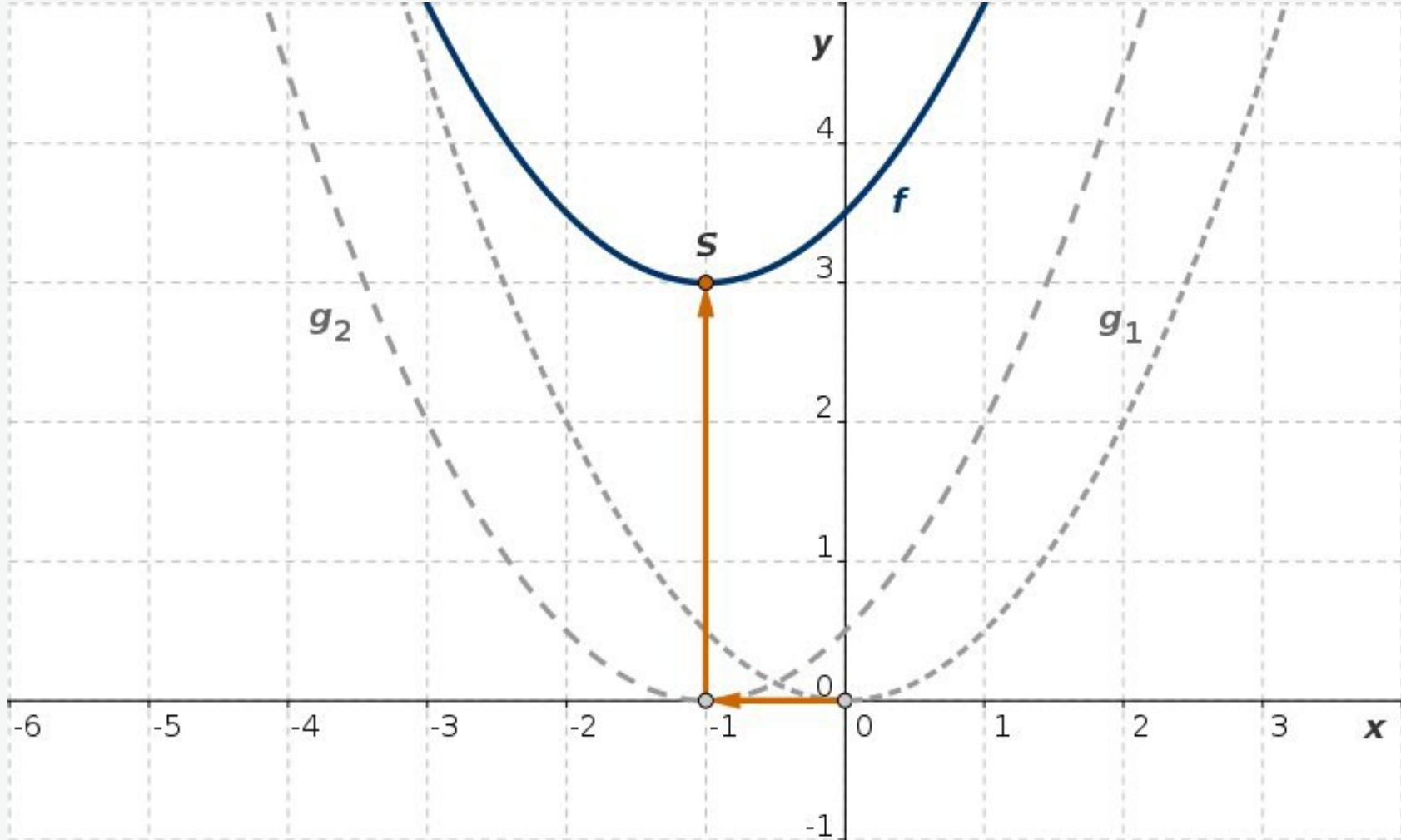


Abb. L4-4: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = \frac{x^2}{2} + x + \frac{7}{2} = \frac{1}{2} (x + 1)^2 + 3, \quad S = (-1, 3)$$

$$g_1(x) = \frac{x^2}{2}, \quad g_2(x) = \frac{1}{2} (x + 1)^2, \quad f(x) = \frac{1}{2} (x + 1)^2 + 3$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4e

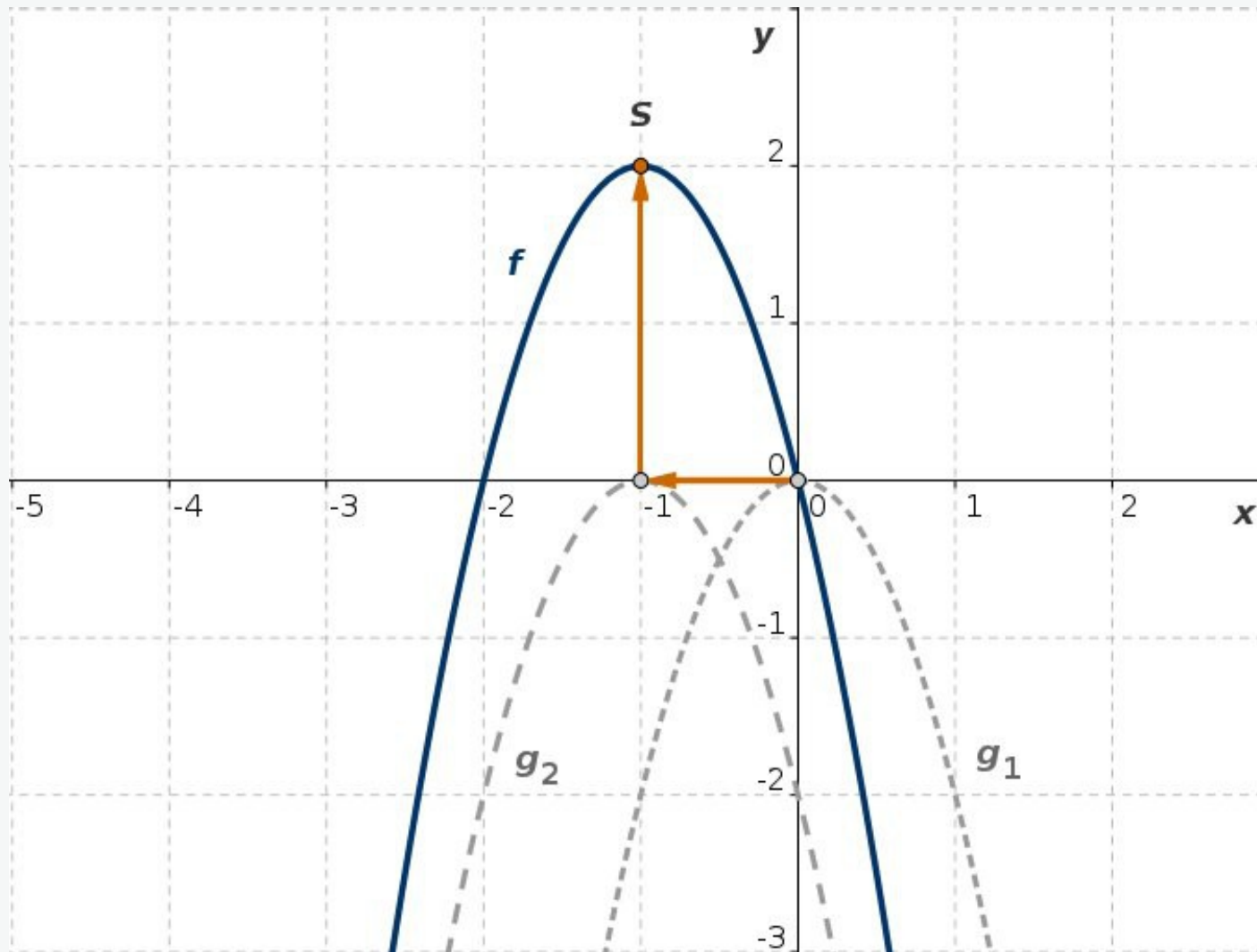


Abb. L4-5: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = -2x^2 - 4x = -2(x + 1)^2 + 2, \quad S = (-1, 2)$$

$$g_1(x) = -2x^2, \quad g_2(x) = -2(x + 1)^2, \quad f(x) = -2(x + 1)^2 + 2$$

Quadratische Funktionen: Lösung 4f

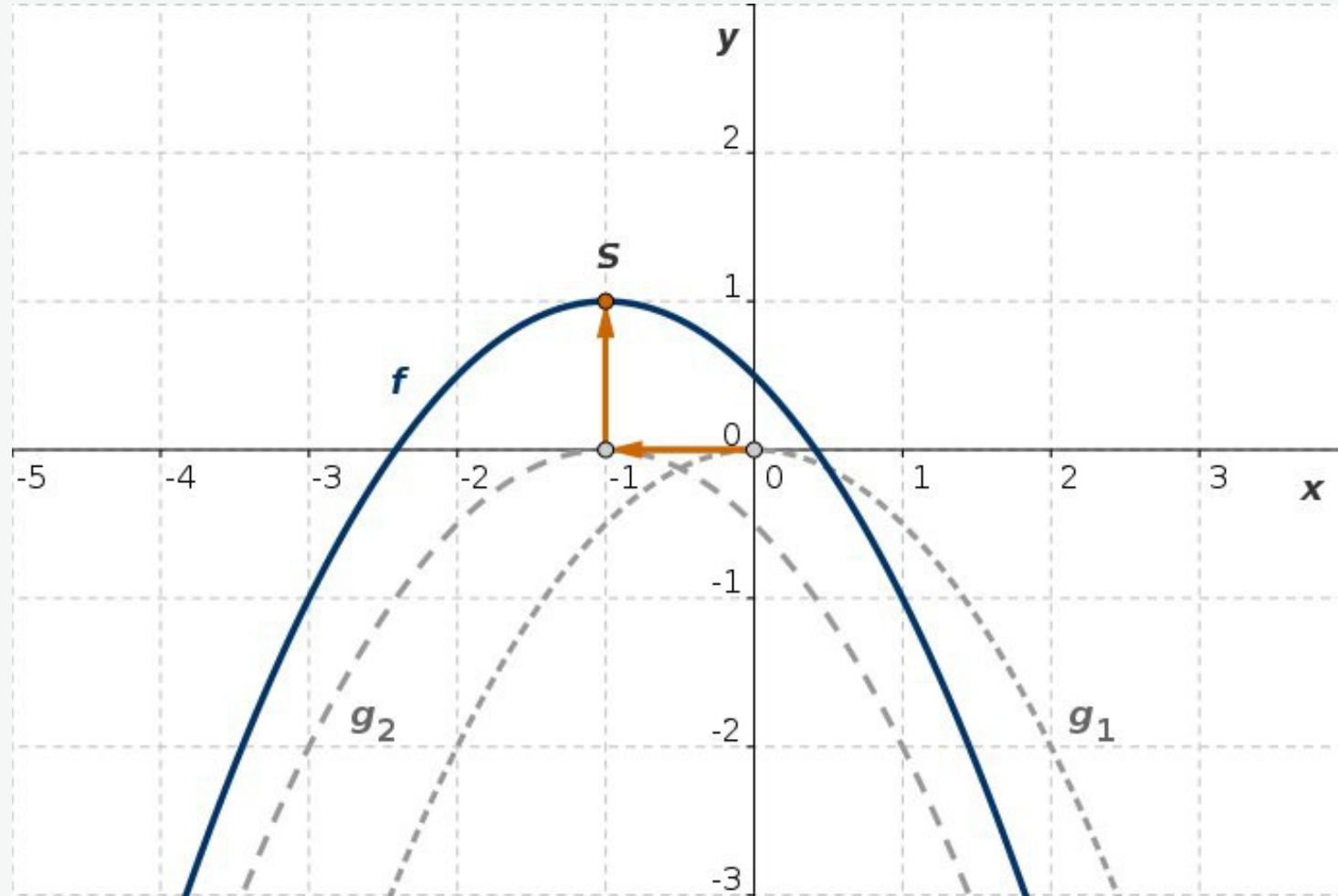


Abb. L4-6: Die Quadratische Funktion $y = f(x)$, Scheitelpunkt S

$$y = -\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 1, \quad S = (-1, 1)$$

$$g_1(x) = -\frac{x^2}{2}, \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2, \quad f(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 1$$