

Intervalle

Bei Lösungen kommt es vor, dass wir eine Zahl, z.B. die Lösung einer Gleichung, nicht genau kennen, aber wissen, dass sie in einem bestimmtem Bereich der Menge der reellen Zahlen liegt. Zum Beispiel kann die Zahl größer als -11 und kleiner als 30 sein. Solche Bereiche nennt man Intervalle. Ein Intervall kann man sich als einen auf der Zahlengerade liegenden Bereich vorstellen. Dabei werden verschiedene Typen von Intervallen unterschieden. Ein Intervall heißt beschränkt, wenn es nicht ins Unendliche reicht, ansonsten heißt es unbeschränkt.

Beschränkte Intervalle: $I_1 = [-7, 9]$, $I_2 = [-4, 5)$, $I_3 = (-11, 30)$

Unbeschränkte Intervalle: $I_4 = [9, \infty)$, $I_5 = (-\infty, 3)$

Beschränkte Intervalle kann man auf einer Zahlengeraden darstellen. Gehört eine Intervallgrenze zum Intervall, wird die Grenze durch eine eckige Klammer gekennzeichnet und auf der Zahlengerade als ausgemalter Kreis dargestellt. Wenn die Grenze nicht dazugehört, wird sie durch eine runde Klammer gekennzeichnet und auf der Zahlengerade als offener Kreis dargestellt.

Ein beschränktes Intervall hat eine bestimmte Länge.

Reelle Zahlen: Beschränkte Intervalle

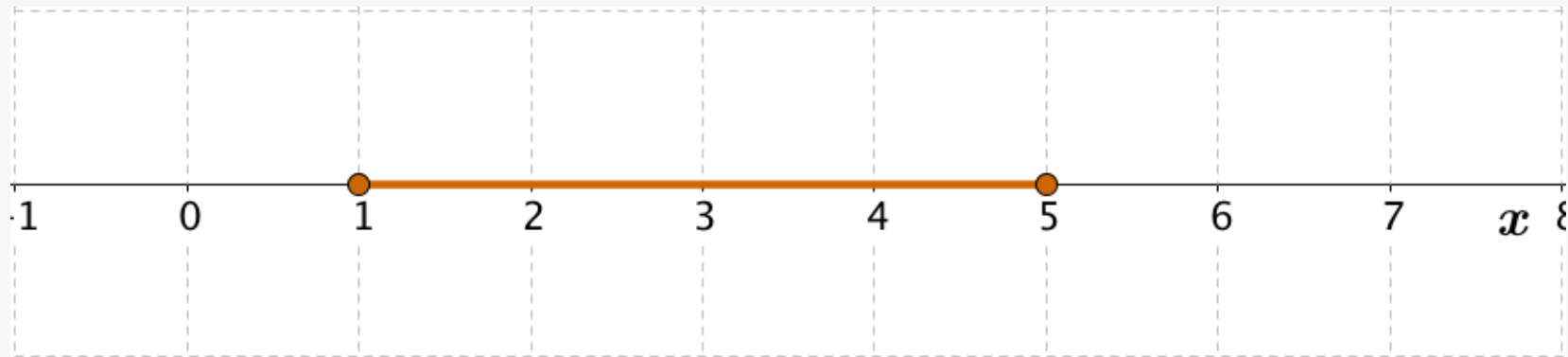


Abb 1-1: Abgeschlossenes Intervall der reellen Zahlen von 1 bis 5 der Länge 4 ($5 - 1 = 4$)

abgeschlossenes Intervall $[1, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$

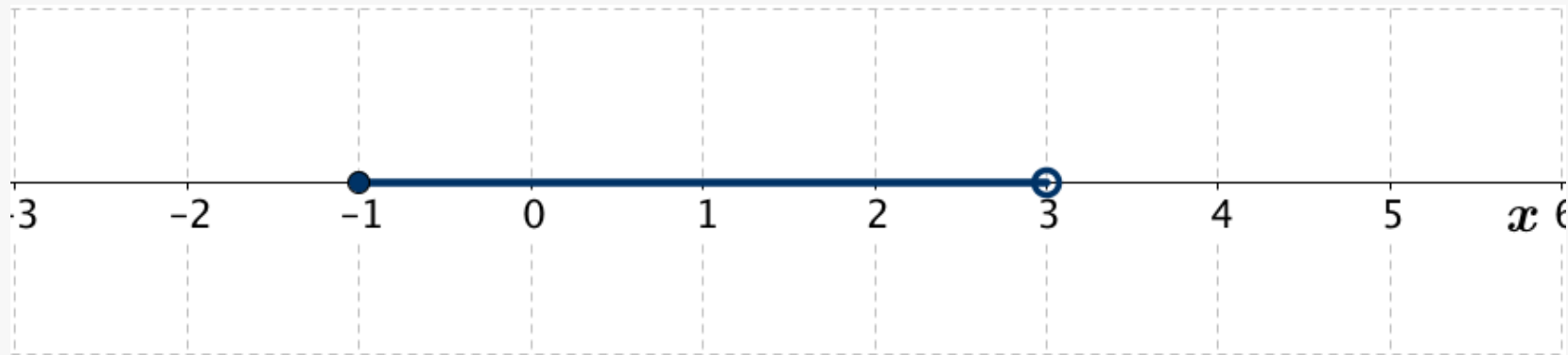


Abb 1-2: Halboffenes Intervall der reellen Zahlen von -1 bis 3 der Länge 4 ($4 = 3 - (-1)$).

Der Wert $x = 3$ gehört nicht zu diesem Intervall

halboffenes Intervall $[-1, 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$

Reelle Zahlen: Beschränkte Intervalle

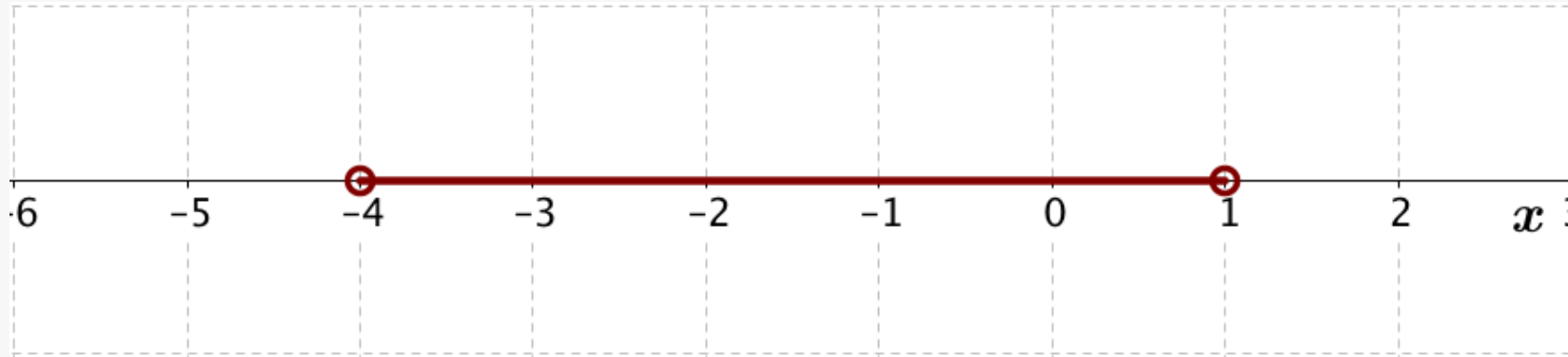


Abb 1-3: Offenes Intervall der reellen Zahlen von -4 bis 1 der Länge 5 ($5 = 1 - (-4)$). Die Werte $x = -4$ und $x = 1$ gehören nicht zu diesem Intervall

$$\text{offenes Intervall } (-4, 1) = \{ x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 1 \}$$

Reelle Zahlen: Unbeschränkte Intervalle

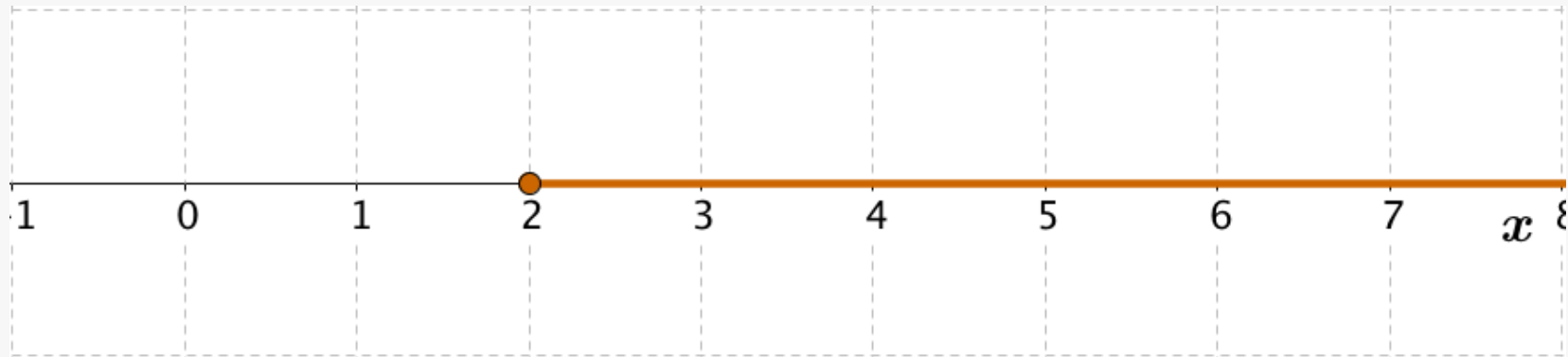


Abb 2-1: Halboffenes Intervall der reellen Zahlen von 2 bis unendlich

$$[2, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < \infty\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$$

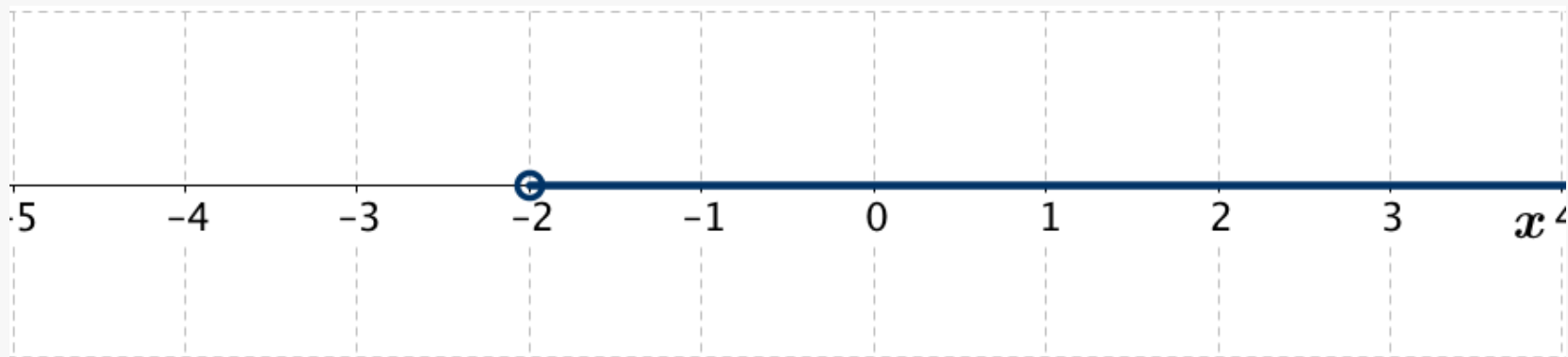


Abb 2-2: Offenes Intervall der reellen Zahlen von -2 bis unendlich

$$(2, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < \infty\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$$

Reelle Zahlen: Unbeschränkte Intervalle

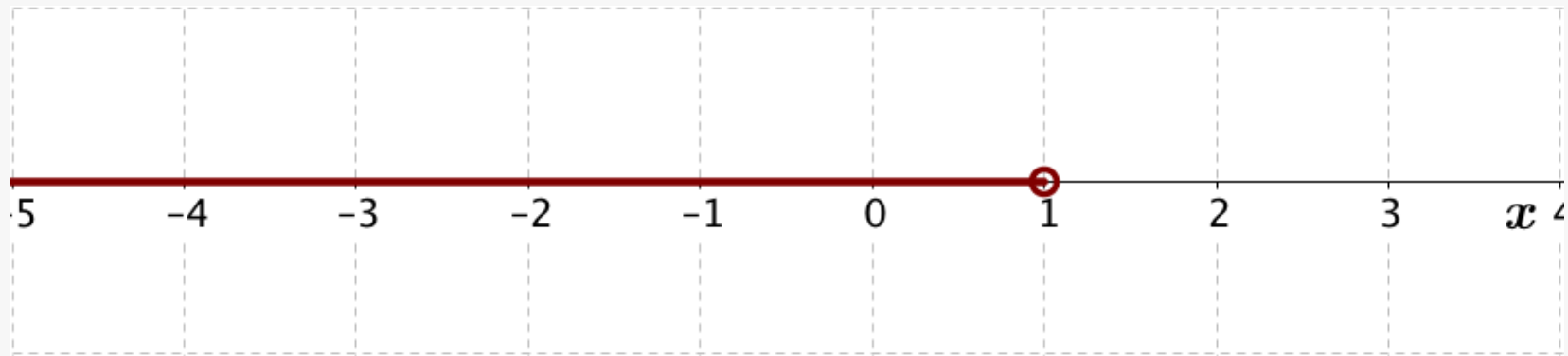


Abb 2-3: Offenes Intervall der reellen Zahlen von minus unendlich bis 1

$$(-\infty, 1) = \{ x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < 1 \} = \{ x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \}$$

Die positiven reellen Zahlen kann man in Form eines Intervalls darstellen:

$$\mathbb{R}^+ = (0, \infty) = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \}$$

Die nicht negativen reellen Zahlen kennzeichnen wir durch das Intervall:

$$\mathbb{R}_0^+ = [0, \infty) = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0 \}$$

Die reellen Zahlen können auch als Intervall aufgefasst werden:

$$\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$$

Intervalle: Aufgabe 1

a) $3 \in [2, 7]$, b) $a \notin (b, c)$, c) $x \in I = [-6, 3]$

- a) Die Zahl 3 gehört zum abgeschlossenen Intervall der reellen Zahlen von 2 bis 7.
- b) Die Zahl a gehört nicht zum offenen Intervall der reellen Zahlen von b bis c .
- c) Die Zahl x gehört zum abgeschlossenen Intervall I der reellen Zahlen von -6 bis 3.

Aufgabe 1: Schreiben Sie folgende Aussagen in symbolischer Form auf:

- a) Die Zahl 5 gehört zum offenen Intervall der reellen Zahlen von 2 bis 12.
- b) Die Zahl -1 gehört nicht zum unbeschränkten Intervall der reellen Zahlen von 7 bis plus unendlich.
- c) Die Zahl x gehört zum abgeschlossenen Intervall I der reellen Zahlen von a bis b .

Zeichnen Sie auf der Zahlengeraden

- a) alle reellen Zahlen ohne Null,
- b) alle reellen Zahlen ohne -2 und 1 ,
- c) alle positiven reellen Zahlen,
- d) alle nicht negativen reellen Zahlen,
- e) alle negativen reellen Zahlen,
- f) alle negativen reellen Zahlen, kleinerer als -3 .

Intervalle: Lösungen 1, 2 a,b

Lösung 1: a) $5 \in (2, 12)$, b) $-1 \notin (7, \infty)$, c) $x \in I = [a, b]$

Lösung 2a:

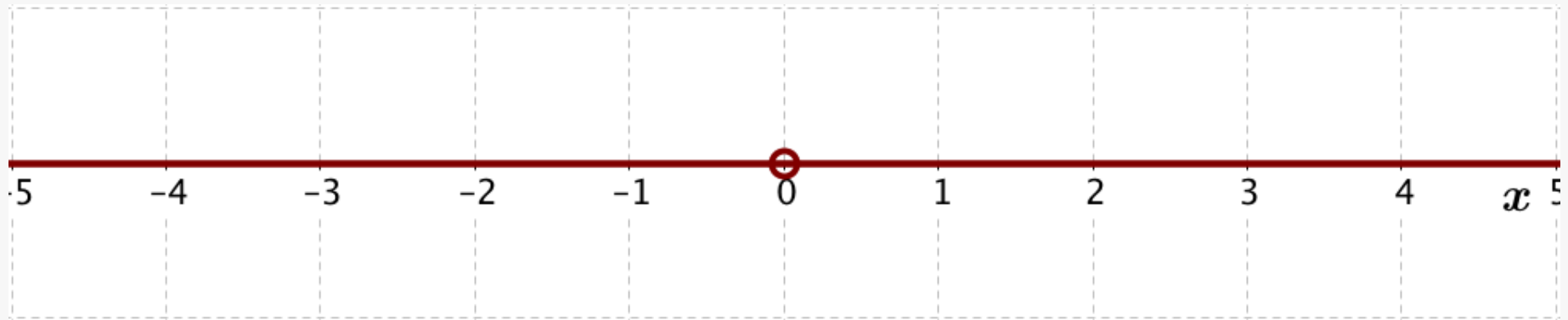


Abb L2-a: Graphische Darstellung aller reellen Zahlen ohne Null

Lösung 2b:

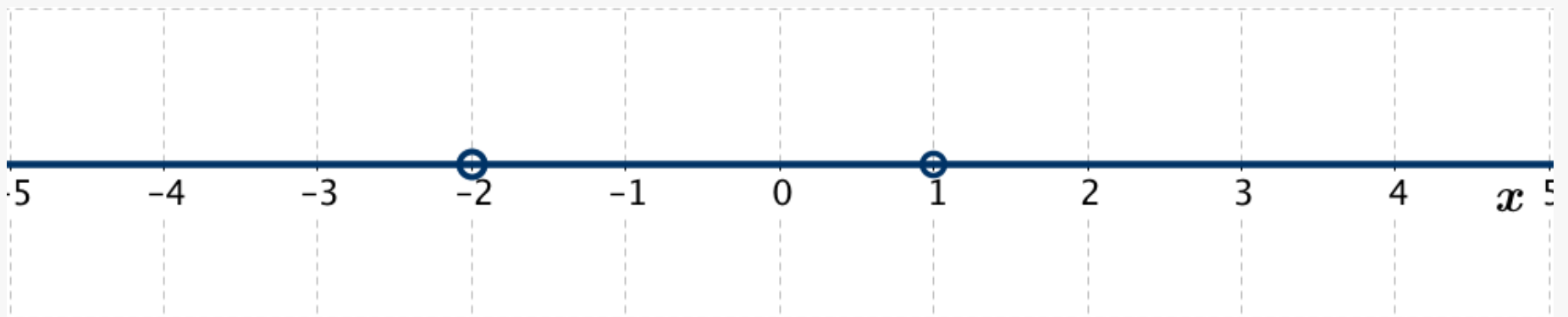


Abb L2-b: Graphische Darstellung aller reellen Zahlen ohne -2 und 1

Intervalle: Lösungen 2 c,d

Lösung 2c:

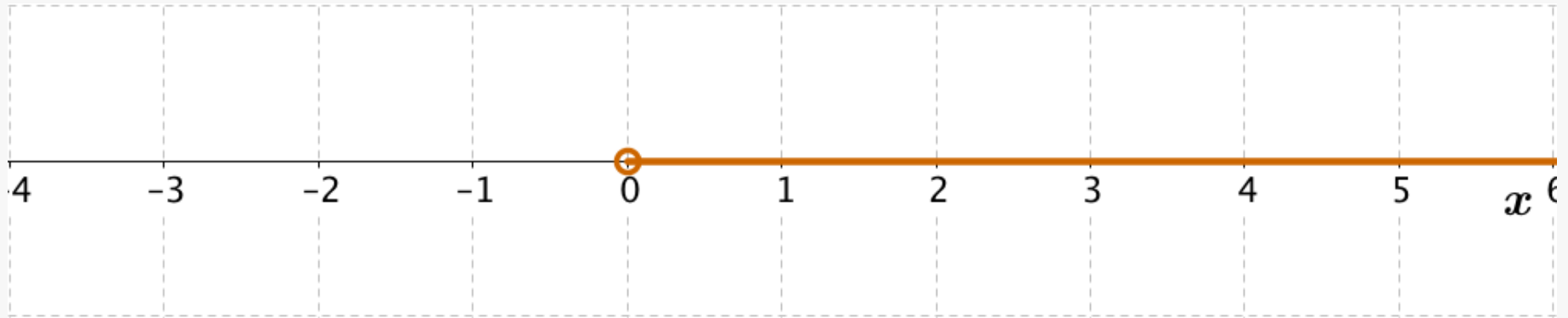


Abb L2-c: Graphische Darstellung aller positiven reellen Zahlen

Lösung 2d:

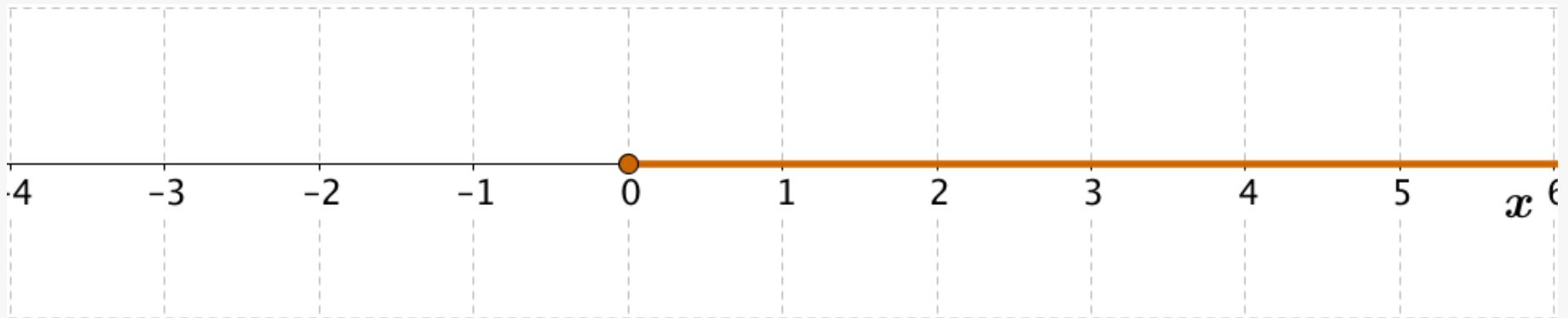


Abb L2-d: Graphische Darstellung aller nicht negativen reellen Zahlen

Lösung 2e:

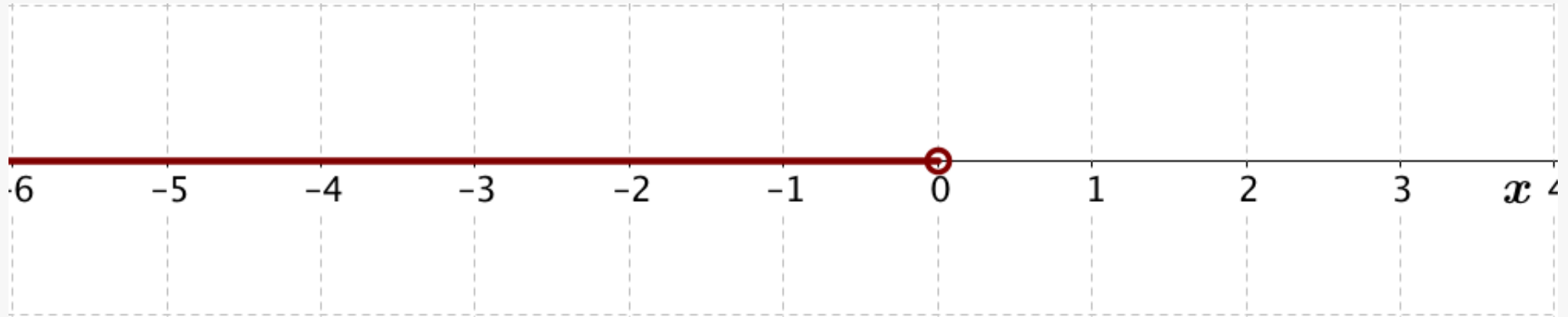


Abb L2-e: Graphische Darstellung aller negativen reellen Zahlen

Lösung 2f:

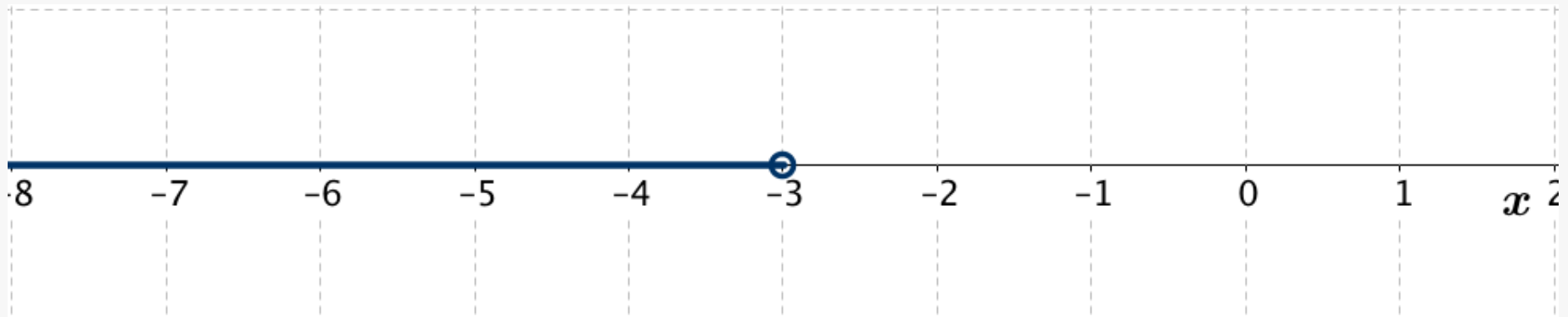


Abb L2-f: Graphische Darstellung aller negativen reellen Zahlen, kleiner als -3